

## Quiz SVOLTI IN AULA

Quiz 1. Siano dati i vettori applicati

$$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{v} = \vec{j} - 2\vec{k}, \quad \vec{w} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a)  $\vec{u} \times \vec{v}$  e  $\vec{w}$  hanno lo stesso modulo.  $\text{F}$
- (b)  $\vec{w}$  è parallelo ad  $\vec{u} + \vec{v}$ .  $\text{F}$
- (c)  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  sono complanari.  $\text{F}$
- ☒ (d)  $\vec{w}$  è parallelo ad  $\vec{u} \times \vec{v}$ .  $\text{T}$

e)  $|\vec{w}| = \sqrt{9 + 36 + 9} = \sqrt{54}$

$$|\vec{u}| = \sqrt{11}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{5}$$

$$(\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) \times (\vec{j} - 2\vec{k}) =$$

$$\begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{matrix} = \vec{u} + 2\vec{j} + 2\vec{u} - 3\vec{i} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{u} \quad \text{modulo} = \sqrt{6}$$

↓  
non lo stesso  
modulo di  $w \times v$

b)  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{i} + \vec{u}$  non è simmetrico  
" o w

c)  $0 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -6 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & -12 \end{vmatrix} = -6$

no complanari

d)  $\vec{w} \parallel \vec{u} \times \vec{v}$

Quiz 2. Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i punti

$$A = (1, 1, 1), \quad B = (2, 1, 1), \quad C = (1, 2, 1), \quad D = (1, 1, 2).$$

Sia poi  $T$  il tetraedro di vertici  $A, B, C, D$ .  
Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) Il volume di  $T$  è  $4/3$ .
- (b) Il volume di  $T$  è  $1$ .
- ☒ (c) Il volume di  $T$  è  $1/6$ .
- (d) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

Volume Tetraedo  $\frac{1}{6} |(B-A) \times (C-A), D-A|$

$$\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}$$

identit 

Quiz 3. Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati i due vettori

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono ortogonali fra loro.
- (b)  $\vec{u}$  è un versore, mentre  $\vec{v}$  ha modulo 3. no
- ☒ (c)  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo ottuso.
- (d) Il piano contenente  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  è ortogonale al vettore  $3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$

versore modulo 1.

b) moduli:

$$|\vec{u}| = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$c) \langle 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{u}, -\vec{i} + \vec{j} + \vec{u} \rangle =$$

$$= -3 + 2 - 1 = -2 \neq 0 \text{ non sono ortog}$$

$$\cos \hat{\vec{u}} \hat{\vec{v}} = \frac{\langle \hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}} \rangle}{|\hat{\vec{u}}| |\hat{\vec{v}}|} = \text{segno negativo}$$

↓  
quindi ang ottuso  
c)

Quiz 4. Nello spazio ordinario siano dati tre vettori non nulli  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  tali che

$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{0}, \quad \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = 0. \quad \text{sono } \perp$$

( $\times$  indica il prodotto vettoriale,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  quello scalare).

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) I vettori  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  formano un angolo ottuso.  $\text{no}$
- (b)  $\vec{v}$  è complanare con  $\vec{u}$  e  $\vec{w}$ .  $\text{no}$
- ☒ (c) I tre vettori sono ortogonali a coppie.
- (d) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

$$\text{prod vet} = 0 \rightarrow //$$

$$\mu // (\vec{v} \times \vec{w}) = 0$$

Quiz 1. Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le due rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni:

$$r: \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1-3t \end{cases} \quad s: \begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+z=0 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) L'insieme  $rs$  è non vuoto.  $\text{no!}$
- (b)  $rs$  sono sghembe.
- (c) Nessuna delle altre affermazioni è vera.
- (d)  $rs$  sono complanari.

sghembe se non sono complanari!

$$\begin{cases} 2x-y=r \\ 3x+z=r \end{cases} \quad \begin{cases} 2t-2t \\ 3t+1-3t=0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 0=0 \\ 1=0 \end{matrix}$$

non hanno punti in comune?

a) ~~È FALSA!~~

$$r // \vec{j} + 2\vec{j} - 3\vec{u}$$

$$(2\vec{j} - \vec{y}) \times (3\vec{j} + \vec{u}) =$$

$$\begin{matrix} \vec{j} & \vec{j} \\ \vec{z} & \end{matrix}$$

$$= -2\vec{j} + 3\vec{u} - \vec{j}$$

$$\begin{matrix} // & 2\vec{u} - \vec{j} \\ \perp & 3\vec{j} + \vec{u} \end{matrix}$$

Le rette sono // distinte e quindi complanari.

Quiz 2. Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano dati la retta  $r$  e il piano  $\pi_h$  ( $h \in \mathbb{R}$ ) rispettivamente di equazioni

$$r: \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+y-z=-1, \end{cases} \quad \pi_h: x+2z=h$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) Per ogni  $h \in \mathbb{R}$  l'intersezione  $r \cap \pi_h$  è vuota.
- (b) Esiste  $h \in \mathbb{R}$  tale che  $r \subseteq \pi_h$ .
- ☒ (c) Non esiste  $h \in \mathbb{R}$ , tale che  $r$  e  $\pi_h$  siano ortogonali.
- (d)  $r$  e  $\pi_h$  hanno due punti in comune per almeno un  $h \in \mathbb{R}$ .

le risposte b e d vogliono dire la stessa cosa

$$\begin{array}{l} r \\ \pi_h \end{array} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & h \end{array} \right] \xrightarrow{\text{riduco}} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & h \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & h-1 \end{array} \right]$$

$$AX=B \quad 1 \text{ soluz}$$

$$3 \times 3 \quad 3 \times 1$$

$$\text{m-rk}(A) = 3-3 = 0 \text{ ho 4 soluz}$$



$$(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{0} \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \quad \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

Quiz 3. Nello spazio con fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale siano date le rette  $r$  e  $s$  rispettivamente di equazioni

$$r: \begin{cases} x+y=3 \\ 2y+z=2, \end{cases} \quad s: \begin{cases} x=-3t \\ y=3t \\ z=5-6t. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a)  $r$  e  $s$  sono sghembe.
- ☒ (b) La distanza di  $r$  da  $s$  è  $\sqrt{6}/2$ .
- (c) Esiste un piano  $\beta$  contenente  $r$  e perpendicolare a  $s$ .
- (d) Nessuna delle altre affermazioni è vera.

$$(\vec{i} + \vec{j}) \times (2\vec{j} + \vec{k}) \parallel r$$

$$-3\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k} \parallel s$$

prodotto vettoriale = 0  $r$  e  $s$  sono //

$$S: y=0 \rightarrow x=3$$

$$(3, 0, 2) \in S$$

$$(x-3) - (y-0) + 2(z-2) = 0$$

$$x - y + 2z = 7$$

cerco il punto di  $\Lambda$  che  
risponde a questo retto e il piano

$$-3t - 3t + 10 - 12t = 7$$

$$-18t = -3 \quad t = 1/6$$

risponde al punto

calcolo la  
distanza tra  
questi 2 punti

$$\left( -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 4 \right)$$

$$(3, 0, 2)$$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-3\right)^2 + \frac{1}{4} + 16} = \sqrt{\frac{66}{4}}$$