

## ~ Numeri Complessi ~

unità immaginaria  $\rightarrow i : i^2 = -1$

numero complesso :  $z = x + yi$  ,  $x, y \in \mathbb{R}$  Rappresentazione algebrica.

-  $x = \operatorname{Re}(z)$  parte reale

-  $y = \operatorname{Im}(z)$  parte immaginaria

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$$

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2) + (x_1 y_2 + x_2 y_1)i$$

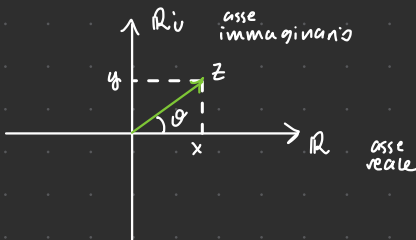
complesso coniugato  $\bar{z}$  :  $z = x + yi \rightarrow \bar{z} = x - yi$

$$z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{z} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{z}} = \frac{x - yi}{x^2 + y^2} = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2}i$$

## Rappresentazione geometrica

piano di Argand-Gauss



$\Rightarrow$

- $x$  = parte reale
- $y$  = parte immaginaria
- $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  = modulo
- $\theta$  = argomento principale
- $\theta \in [-\pi, \pi]$

## Rappresentazione Trigonometrica

$$z = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \rho_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$\leadsto$  molto utile nella  
multiplicatione

## Rappresentazione Esponenziale

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$\rightarrow$  formula di Eulero

$$z = \rho e^{i\theta} \quad \Rightarrow \quad e^{(\theta + 2k\pi)i} = e^{i\theta}$$

## PROPRIETÀ:

$$1) \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

$$2) \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$

$$3) \frac{1}{\overline{z}} = \overline{\frac{1}{z}}$$

$$4) \overline{\frac{1}{z}} = \frac{1}{\overline{z}}$$

$$5) z \cdot \overline{z} = |z|^2$$

$$6) |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

disuguaglianza  
triangolare

$$7) |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$8) |z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

distanza fra  
due punti  
complessi