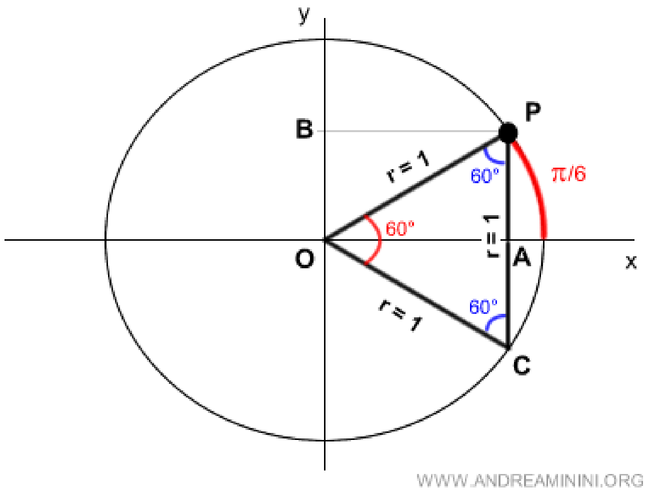
funzioni goniometriche di angoli particolari

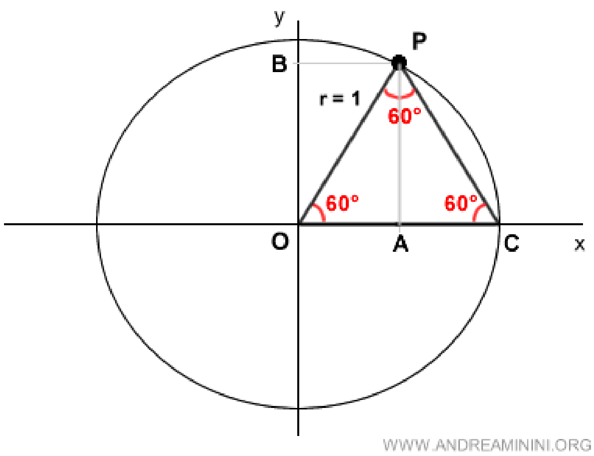
- $\frac{\Pi}{6}(30°)$:



Poiché si tratta di un triangolo equilatero, composto dai triangoli OPA e OAC che sono 30-60-90, PA=OP/2; OA= $\frac{\sqrt{\square}}{\square}$ → PA=$\sin 30° = \frac{1}{2}$

OA=$\cos 30° = \frac{\sqrt{\square}}{\square}$

- $\frac{\Pi}{3}(60°)$

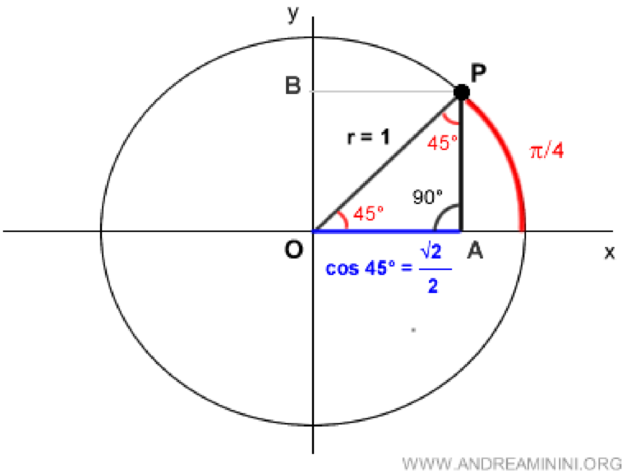


Analogamente a prima posso costruire il triangolo equilatero e dimostrare che

OA=cos60°=$\frac{1}{2}$

OB=sin 60°=$\frac{\sqrt{\square}}{\square}$

- $\frac{\Pi}{4}(45°)$



In questo caso, invece, si viene a formare un triangolo 45-45-90, che è la metà di un quadrato, per cui

OP=diagonale=$l\sqrt{\square}$

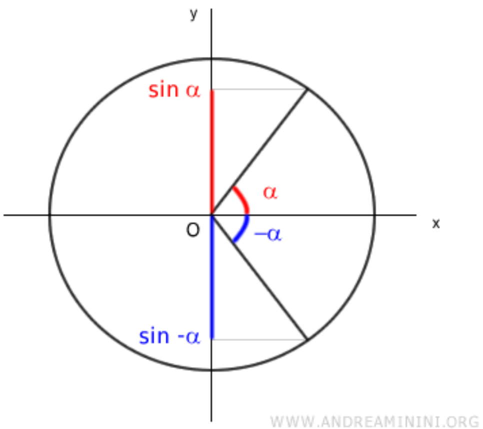
OA=$\frac{1}{\sqrt{\square}}$

PA=$OA=\frac{\sqrt{\square}}{\square}$

angoli associati

A partire da un angolo α, gli angoli associati sono $-\alpha$; $\frac{\Pi}{2}-\alpha$; $\frac{\Pi}{2}+\alpha$; $\Pi-\alpha$; $\Pi+\alpha$; $\frac{3\Pi}{2}-\alpha$; $\frac{3\Pi}{2}+\alpha$ e $2\Pi-\alpha$

- I due angoli α e $-\alpha$ sono congruenti ma orientati in versi opposti:



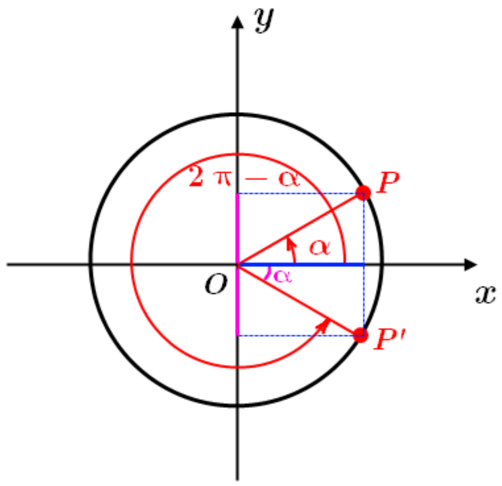
Come si nota dal disegno

$\cos\alpha=\cos(-\alpha)$

$\sin\alpha=-\sin(-\alpha)$

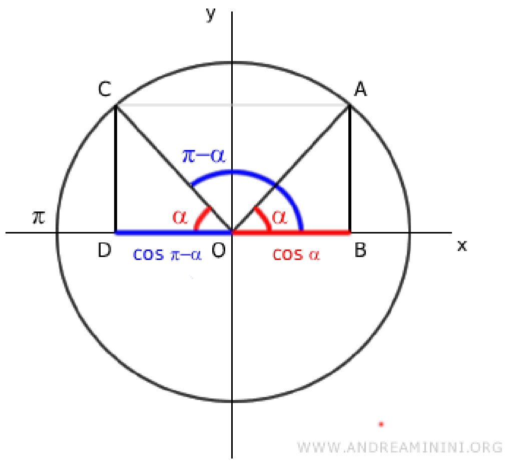
da cui ricavo $\tan\alpha=-\tan(-\alpha)$ e $\cot\alpha=-\cot(-\alpha)$

- α e $2\Pi-\alpha$ sono angoli esplementari perché la loro somma è un angolo giro



Visto che l'angolo $2\Pi-\alpha$ è l' "antiorario" di α, quindi i lati termine coincidono, valgono le formule di prima

- α e $\Pi-\alpha$ sono angoli supplementari:



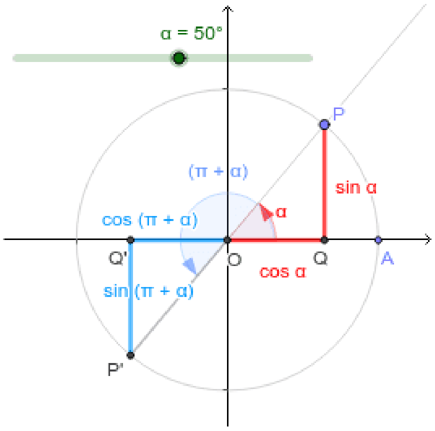
  I triangoli ODC e OBA sono congruenti in quanto hanno CO=OA=1 e gli angoli in O congruenti ad α

  DC=AB →$\sin\alpha=\sin(\Pi-\alpha)$

  OD= - OB →$\cos\alpha=-\cos(\Pi-\alpha)$

  Da cui ricavo: $\tan\alpha=-\tan(\Pi-\alpha)$ e $\cot\alpha=-\cot(\Pi-\alpha)$

- α e $\Pi+\alpha$ sono angoli che differiscono di un angolo piatto:



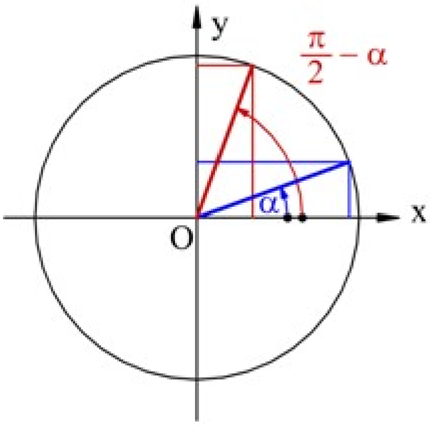
Valgono considerazioni simili al caso precedente, con però risultati diversi:

$\sin\alpha = -\sin(\Pi+\alpha)$

$\cos\alpha = -\cos(\Pi+\alpha)$

Da cui ricavo: $\tan\alpha = \tan(\Pi+\alpha)$ e $\cot\alpha = \cot(\Pi-\alpha)$

- gli angoli α e $\frac{\Pi}{2}-\alpha$ sono tra loro complementari:



Ottengo la misura dell'angolo del triangolo rosso mancante poiché $\frac{\Pi}{2}+\frac{\Pi}{2}-\alpha+x=\Pi \rightarrow x=\alpha$

Si può dimostrare quindi che i triangoli rettangoli rosso e blu sono congruenti, dunque:

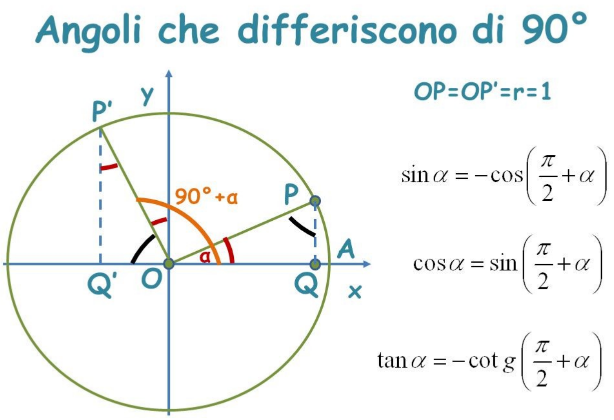
$\sin(\frac{\Pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$

$\cos(\frac{\Pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$

$\tan(\frac{\Pi}{2}-\alpha) = \cot\alpha$

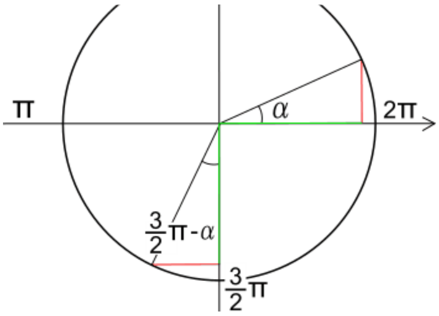
$\cot(\frac{\Pi}{2}-\alpha) = \tan\alpha$

- gli angoli α e $\frac{\Pi}{2}+\alpha$ differiscono di un angolo retto:



$\tan(\frac{\Pi}{2}+\alpha) = \cot\alpha$

- gli angoli α e $\frac{3}{2}\Pi-\alpha$ sono angoli la cui somma è $\frac{3}{2}\Pi$:



Si nota che

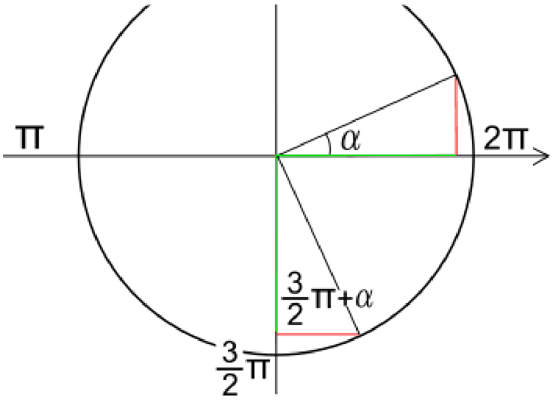
$\sin(\frac{3\Pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$

$\cos(\frac{3\Pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha$

$\tan(\frac{3\Pi}{2}-\alpha)=\cot\alpha$

$\cot(\frac{3\Pi}{2}-\alpha)=\tan\alpha$

- Infine, considero gli angoli α e $\frac{3}{2}\Pi+\alpha$, che sono angoli che differiscono di $\frac{3}{2}\Pi$



Si nota che

$\sin(\frac{3\Pi}{2}+\alpha)=-\cos\alpha$

$\cos(\frac{3\Pi}{2}+\alpha)=\sin\alpha$

$\tan(\frac{3\Pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$

$\cot(\frac{3\Pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$