

Frazioni algebriche

DEFINIZIONE (frazione algebrica)

Una frazione algebrica è un'espressione $\frac{A}{B}$ con A e B polinomi e B diverso dal polinomio nullo.

! Se $B=1$, la frazione algebrica $\frac{A}{B}$ diventa il polinomio A .

Le condizioni di esistenza (C.E.) di una frazione algebrica indicano l'insieme dei valori che non fanno perdere significato alla frazione: SONO I VALORI PER I QUALI IL DENOMINATORE È DIVERSO DA 0.

DEFINIZIONE (frazioni algebriche equivalenti)

Due frazioni algebriche sono equivalenti se assumono valori numerici uguali per qualsiasi valore attribuito alle lettere che soddisfatti le condizioni di esistenza di entrambe le frazioni.

Continua a valere la PROPRIETÀ INVARIANTIVA (moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso polinomio, diverso dal polinomio nullo, otteniamo una frazione equivalente).

Applicando la proprietà invariantiva, possiamo semplificare una frazione algebrica per ridurla ai minimi termini. È necessario scomporre in fattori numeratore e denominatore e poi dividere numeratore e denominatore per i fattori comuni (DOPO AVERLI POSTI DIVERSI DA 0).

La proprietà invariantiva serve anche per ridurre più frazioni algebriche allo stesso denominatore. È necessario determinare il mcm dei denominatori, vediamo come un esempio:

$$\frac{x+3}{x^2} \text{ e } \frac{2}{xy}$$

Calcoliamo $\text{mcm}(x^2, xy) = x^2y$ con C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$

$$\frac{x+3}{x^2} = \frac{(x+3)y}{x^2y} \quad \text{e} \quad \frac{2}{xy} = \frac{2x}{x^2y}$$

Operazioni tra frazioni algebriche

DEFINIZIONE (somma)

La **SOMMA** algebrica di frazioni algebriche con lo stesso denominatore è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è la somma algebrica dei numeratori;
- il **DENOMINATORE** è lo stesso denominatore.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

! per sommare frazioni con **denominatore diverso**, prima le riduciamo allo stesso denominatore.

DEFINIZIONE (moltiplicazione)

Il **PRODOTTO** di due o più frazioni algebriche è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è il prodotto dei numeratori;
- il **DENOMINATORE** è il prodotto dei denominatori.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

DEFINIZIONE (divisione)

Il **QUOZIENTE** di due frazioni algebriche è il prodotto della prima frazione per la reciproca della seconda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

! In questo caso alle C.E. bisogna aggiungere la condizione che il **numeratore della seconda frazione sia diverso da 0**).

DEFINIZIONE (potenza)

La **POTENZA** di una frazione algebrica è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è la potenza del numeratore;
- il **DENOMINATORE** è la potenza del denominatore.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

! Se l'**esponente è negativo**, alle C.E. dobbiamo aggiungere le C.E. della frazione reciproca.