

Frazioni algebriche

DEFINIZIONE (frazione algebrica)

Una **frazione algebrica** è un'espressione $\frac{A}{B}$ con A e B polinomi e B diverso dal polinomio nullo.

! Se $B=1$, la frazione algebrica $\frac{A}{B}$ diventa il polinomio A.

Le **condizioni di esistenza** (C.E.) di una frazione algebrica indicano l'insieme dei valori che non fanno perdere significato alla frazione: SONO I VALORI PER I QUALI IL DENOMINATORE È DIVERSO DA 0.

DEFINIZIONE (frazioni algebriche equivalenti)

Due frazioni algebriche sono **equivalenti** se assumono valori numerici uguali per qualsiasi valore attribuito alle lettere che soddisfici le condizioni di esistenza di entrambe le frazioni.

Continua a valere la **PROPRIETÀ INVARIANTIVA** (moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso polinomio, diverso dal polinomio nullo, otteniamo una frazione equivalente).

Applicando la **proprietà invariantiva**, possiamo semplificare una frazione algebrica per **ridurla ai minimi termini**. È necessario scomporre in fattori numeratore e denominatore e poi dividere numeratore e denominatore per i fattori comuni (DOPO AVERLI POSTI DIVERSI DA 0).

La **proprietà invariantiva** serve anche per ridurre più frazioni algebriche allo stesso denominatore. È necessario determinare il mcm dei denominatori, vediamo con un esempio:

$$\frac{x+3}{x^2} \text{ e } \frac{z}{xy}$$

Calcoliamo $\text{mcm}(x^2, xy) = x^2y$ con C.E.: $x \neq 0, y \neq 0$

$$\frac{x+3}{x^2} = \frac{(x+3)y}{x^2y} \quad \text{e} \quad \frac{z}{xy} = \frac{zx}{x^2y}$$

Operazioni tra frazioni algebriche

DEFINIZIONE (somma)

La **SOMMA** algebrica di frazioni algebriche con lo stesso denominatore è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è la somma algebrica dei numeratori;
- il **DENOMINATORE** è lo stesso denominatore.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

! per sommare frazioni con **denominatore diverso**, prima le riduciamo allo stesso denominatore.

DEFINIZIONE (moltiplicazione)

Il **PRODOTTO** di due o più frazioni algebriche è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è il prodotto dei numeratori;
- il **DENOMINATORE** è il prodotto dei denominatori.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

DEFINIZIONE (divisione)

Il **QUOZIENTE** di due frazioni algebriche è il prodotto della prima frazione per la reciproca della seconda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

! In questo caso alle C.E. bisogna aggiungere la condizione che il **numeratore della seconda frazione sia diverso da 0**).

DEFINIZIONE (potenza)

La **POTENZA** di una frazione algebrica è una frazione algebrica in cui:

- il **NUMERATORE** è la potenza del numeratore;
- il **DENOMINATORE** è la potenza del denominatore.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

! Se l'**esponente è negativo**, alle C.E. dobbiamo aggiungere le C.E. della frazione **reciproca**.