

## INTRODUZIONE E CONCETTI FONDAMENTALI

La **Termodinamica** si occupa delle trasformazioni del calore in lavoro e viceversa, e più in generale delle reciproche trasformazioni tra le varie forme di energia in sistemi interagenti tra loro. Iniziamo con qualche definizione fondamentale:

- **SISTEMA**: parte finita di un universo fisico con contorno reale o ideale, la scelta è arbitraria e può consentire semplificazione. Può essere
  - aperto: un sistema che può scambiare materia con l'ambiente
  - chiuso: non può scambiare materia con l'ambiente
  - isolato: non può scambiare né materia né energia
- **AMBIENTE**: il complemento del sistema nell'universo considerato

Il confine può essere fisso, mobile, reale o immaginario

## PROPRIETÀ DI UN SISTEMA

Ogni caratteristica di un sistema termodinamico è chiamata proprietà: si dice **intensiva** se non dipende dalle dimensioni del sistema ( $T, P, \rho$ ) mentre si dirà **estensiva** quando dipende linearmente dalla massa dello stesso ( $V, E$ ). In quest'ultimo caso è utile introdurre le grandezze massiche e molari, indicate in minuscolo ( $v = V/m, e = E/m$ ). La massa è la misura della quantità di materia presente in un corpo mentre il volume è la misura dello spazio che occupa:

• VOLUME SPECIFICO: 
$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

• DENSITÀ: 
$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{kg/m}^3)$$

• PESO SPECIFICO: 
$$\gamma_s = \rho \cdot g \quad (\text{N/m}^3)$$



La **PRESSIONE** è il rapporto tra il modulo della forza agente su una superficie ortogonalmente e la sua area

$$p = \frac{F_{\perp}}{S} \longrightarrow 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

può essere misurata tramite barometro o manometro.

La **TEMPERATURA**, su scala microscopica, è definita anche come indice dello stato di agitazione molecolare del sistema e il calore tende a muoversi dal corpo più caldo al più freddo. Il **principio zero della termodinamica** afferma che se due sistemi (A e B) sono in equilibrio termico tra loro e un terzo sistema (C) lo è con A, allora anche B e C lo sono. Osserviamo ora le scale di temperatura

• Celsius:  $T(^{\circ}\text{C})$

• Kelvin:  $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$

• Fahrenheit:  $T(^{\circ}\text{F}) = T(^{\circ}\text{C}) \cdot 1,8 + 32$

L'**ENERGIA MECCANICA** è la somma di energia potenziale e cinetica appartenenti allo stesso sistema. Quando due sistemi se la scambiano, l'energia in transito è definito lavoro.

$$KE = m \frac{V^2}{2} \longrightarrow ke = \frac{V^2}{2}$$

$$PE = mgz \longrightarrow pe = gz$$

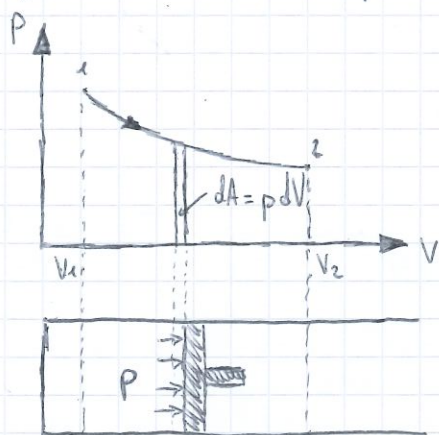
## IL LAVORO

Per avere trasferimento di energia meccanica tramite lavoro ci deve essere una **forza** che agisce su un contorno e quest'ultimo deve subire uno **spostamento**. Consideriamo forza costante (1) o variabile (2)

①  $W = F \cdot s$

②  $W = \int_1^2 F \cdot ds \quad (k_f)$

Distinguiamo diverse tipologie di lavoro come il **lavoro di variazione di volume**. Questo lavoro meccanico è spesso associato ad una espansione o compressione di un gas in un sistema cilindro-pistone



$$\delta L_V = F \cdot ds = p A \cdot ds = p \cdot dV$$

$$L_V = \int_1^2 p \, dV \quad (\text{J})$$

Il **lavoro delle forze di tensione superficiale** parte per l'appunto da queste proprietà dei fluidi

$$\delta W_s = \sigma_s \, dA$$

dove  $\delta W_s$  è il lavoro necessario per allargare la superficie di un fluido di una quantità infinitesima  $dA$ . Integrando si ha

$$W_{\text{surface}} = \int_1^2 \sigma_s \cdot dA \quad (\text{kJ})$$

Possiamo poi avere un lavoro non meccanico quando si parla di lavoro elettrico, magnetico o di polarizzazione elettrica

## TRASFERIMENTO DI CALORE (I) - (II)

Il **calore** è una forma di energia trasferita tra due sistemi in virtù di una differenza di temperatura, ovvero la "forza motrice" dello scambio:  $\dot{Q} \propto \Delta T$ . Anzitutto il calore trasferito...

... per unità di massa:  $q = \frac{Q}{m} \quad (\text{kJ/kg})$

... a potenza termica costante:  $Q = \dot{Q} \cdot \Delta t$

... a potenza termica variabile:  $Q = \int_1^2 \dot{Q} \cdot dt$



Una trasformazione viene detta **adiabatica** quando un processo non presenta trasmissione di calore ovvero o quando il sistema è isolato termicamente o quando esso è alla stessa temperatura dell'ambiente. Esistono tre meccanismi per il trasferimento di calore e sono CONDUZIONE, CONVEZIONE e IRRAGGIAMENTO.

Definiamo ora l'**energia interna** ovvero la somma di tutte le forme microscopiche di energia di un sistema:

- Energia SENSIBILE: associate all'energia cinetica delle molecole
- Energia LATENTE: associate ai cambiamenti di fase di una sostanza
- Energia CHIMICA: associate ai legami atomici in una molecola
- Energia NUCLEARE: associate ai legami forti all'interno dell'atomo

## STATO ED EQUILIBRIO

Uno stato di un sistema è l'insieme dei valori assunti dai parametri macroscopici caratterizzanti ( $P, V, T$ ): è in equilibrio se questi sono stazionari e indipendenti dal Tempo. Avremo equilibrio

" TERMICO :  $\Delta T = 0$  "

" MECCANICO :  $\Delta P = 0$  "

" DI FASE :  $m_{\text{solido}} = \text{cost.}$  "

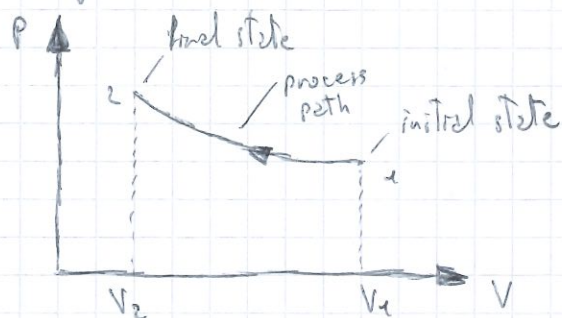
" CHIMICO : no reazioni "

Il **postulato di Stato** dice che lo stato di un sistema semplice comprimibile è completamente definito da due proprietà intensive indipendenti. Avremo poi che una **funzione di Stato** è una grandezza fisica il cui valore dipende solamente dallo stato iniziale e finale, non dal percorso di trasformazione: ad esempio l'energia interna  $U$  è tale. Dal punto di vista operativo, un processo reale tende a diventare una trasformazione di equilibrio quando, agendo opportunamente sui vincoli di trasformazione, si fa tendere a zero la velocità di variazione delle variabili di stato. Processi reali che si approssimano a processi di equilibrio sono detti **quasi statici**.



Durante questo corso useremo i diagrammi per descrivere un processo e potremo avere:

- Processo isotermico:  $T = \text{cost.}$
- Processo isobarico:  $P = \text{cost.}$
- Processo isocoro:  $V = \text{cost.}$



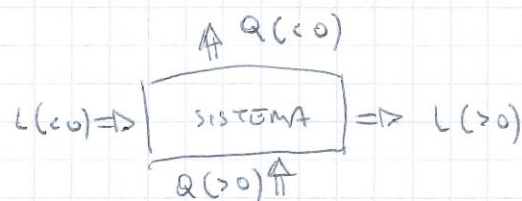
## PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Questo rappresenta una formulazione del principio di conservazione dell'energia e afferma che l'energia di un sistema termodinamico isolato non si crea né si distrugge, ma si trasforma, passando da una forma ad un'altra. Il bilancio generico risulterà:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system}$$

Per un sistema chiuso, dati due stati A e B, la variazione di energia interna  $\Delta U = U(B) - U(A)$  è uguale alla differenza del calore assorbito  $Q = Q(A \rightarrow B)$  e del lavoro compiuto  $W = W(A \rightarrow B)$  del sistema

$$Q - W = \Delta U$$



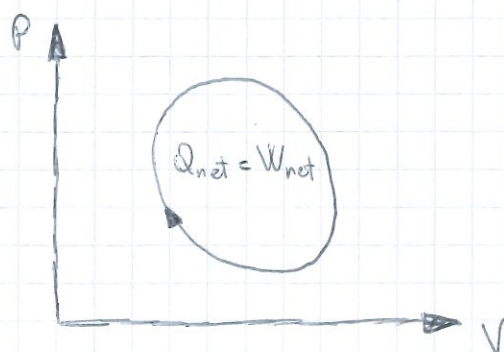
In una trasformazione QUASI STATICA si ottiene un differenziale esatto dU ottenuto da differenziali non esatti

$$dU = \delta Q - \delta W$$

Si definisce poi **ciclo termodinamico** una successione finita di trasformazioni termodinamiche al termine delle quali il sistema torna allo stato iniziale. Quindi avremo:

$$Q = W$$

$$\Delta U = 0$$





## PROPRIETÀ DELLE SOSTANZE PURE

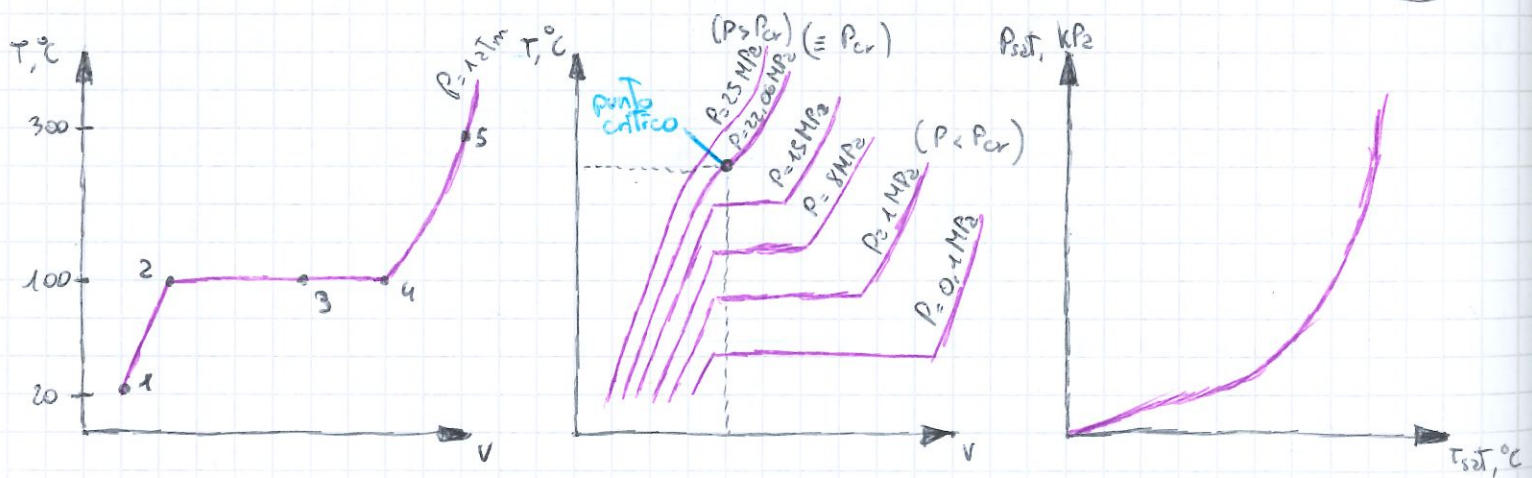
Una sostanza pura è una sostanza che ha una composizione chimica fissa in tutta la massa presa in considerazione. Un sistema termodinamico costituito da una massa finita di questa si descrive con tre variabili in un'equazione di stato, tale da descriverlo, e queste sono dipendenti: fissandone due, la terza è determinata

$$f(P, V, T) = 0$$

Altrimenti ora le transizioni di fase: (es. acqua,  $H_2O$ )

1. LIQUIDO SOTTORAFFREDDATO: liquido a  $T < T_{\text{ebollizione}}$
2. LIQUIDO SATURO: liquido a  $P_{\text{ebolliz.}}$  e  $T_{\text{ebolliz.}}$  ( $= T_{\text{sat}}$ ) in equilibrio col vapore
3. MISCELA SATURA LIQUIDO-VAPORE: miscela in equilibrio tra fase liquida e gassosa
4. VAPORE SATURO: vapore a  $P_{\text{sat}}$  e  $T_{\text{sat}}$  in equilibrio
5. VAPORE SURRISCALDATO: vapore a  $T > T_{\text{sat}}$

$P = \text{costante}$



Scriviamo ora delle definizioni importanti:

- TEMPERATURA DI SATURAZIONE ( $T_{\text{sat}}$ ): Temperatura che, a una certa  $P$ , fa cambiare fase
- PRESSIONE DI SATURAZIONE ( $P_{\text{sat}}$ ): Pressione che, a una certa  $T$ , fa cambiare fase
- CALORE LATENTE: quantità di energia assorbita o rilasciata durante un cambiamento di fase
- " " DI FUSIONE: " " assorbita durante la fusione (viceversa congelamento)
- " " DI VAPORIZZAZIONE: " " assorbita durante vaporizzazione (viceversa condensazione)

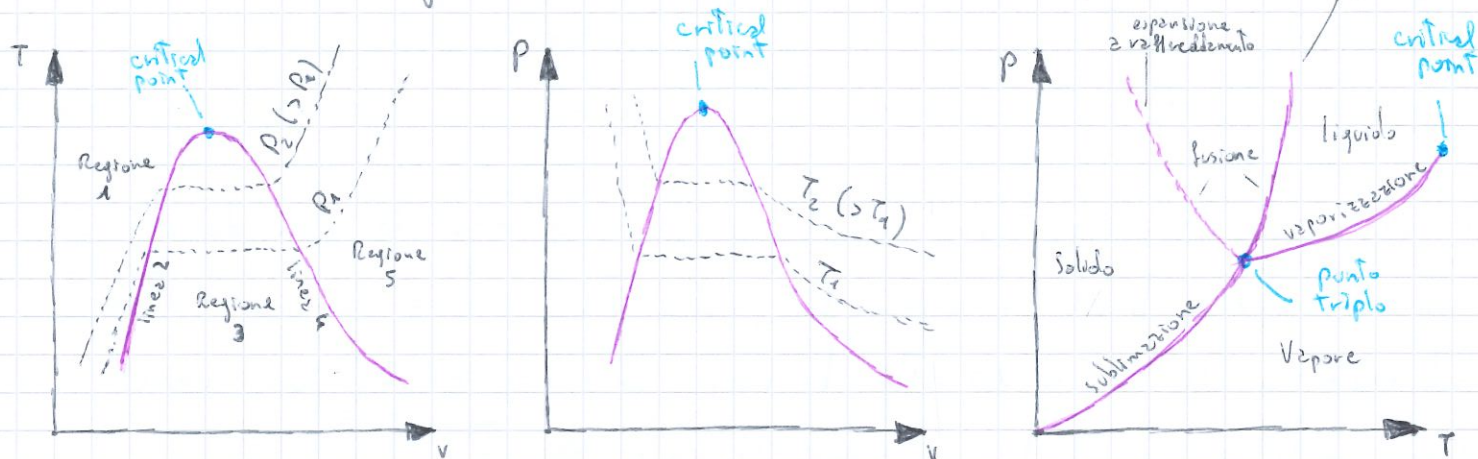
**Nota:** la quantità di calore latente ( $\text{kJ/kg}$ ) dipende dalla pressione e dalla temperatura alle quali avviene il cambiamento di fase



## IL PUNTO CRITICO

Il **punto critico** è il punto nel quale gli stati di liquido saturo e vapor saturo sono identici. Alla pressione **SUPERCRITICA** ( $P > P_{cr}$ ) non esiste nessun processo distinto di cambiamento di fase (ebollizione).

Mostriamo ora i diagrammi di fase  $T-v$ ,  $P-v$ ,  $P-T$



Per molte sostanze le equazioni di stato sono troppo complesse per descriverle attraverso semplici formule matematiche e pertanto le proprietà vengono quindi presentate in **tabelle**.

Definiamo ora il **titolo** ovvero il rapporto tra la massa di vapore e la massa totale della miscela: verrà usata la lettera "x" per indicarlo

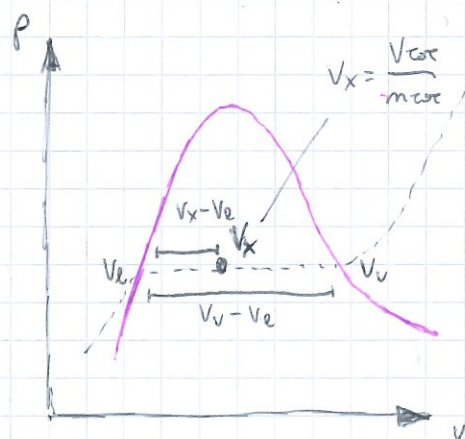
$$X = \frac{m_{\text{vapore}} (=v)}{m_{\text{tot}}} \longleftrightarrow X = \frac{V_x - V_e}{V_v - V_e}$$

Si avrà infatti

$V(x)$  = dipende dal titolo "x" e oscilla tra  $V_e < V_x < V_v$

$$V_x = x V_v + (1-x) V_e$$

$$V_x = V_e + x (V_v - V_e)$$



## GAS IDEALE

- le molecole sono puntiformi (volume trascurabile), indistinguibili tra loro
- il moto è casuale
- interagiscono mediante urti perfettamente elastici ( $\Delta E = 0$ )
- NO forze di interazione tra le molecole del gas



L'equazione di stato di un gas ideale è la seguente

$$PV = n R_u T$$

dove "n = n° moli" e "R<sub>u</sub> = costante universale dei gas = 8,31447 J/molK".

Ulteriori espressioni possono essere:

$$P \tilde{V} = R_u T, \quad \text{con } \tilde{V} = \frac{V}{n} \text{ volume specifico molare}$$

$$P v = RT, \quad \text{con } v = \frac{V}{m} \text{ volume massico, } R = \frac{R_u}{M} \text{ (M = massa molare)}$$

I gas **reali** si comportano come gas ideali quando la loro densità è sufficientemente bassa (bassa P, alta T, lontano da punto critico).

Ad esempio se  $P < 10 \text{ kPa}$  il vapore d'acqua ( $H_2O$ ) può essere approssimato a gas ideale indipendentemente da T.

Il **fattore di comprimibilità "Z"** è adimensionale e quantifica la deviazione del comportamento di gas ideale (a data P, T). Viene definito come

$$Z = \frac{Pv}{RT} \quad \text{-----} \quad Pv = Z RT$$

può anche essere espresso come

$$Z = \frac{V}{V_{ideale}} \quad \left( \begin{array}{ll} Z=1 & \text{ideale} \\ Z >, <, = 1 & \text{reale} \end{array} \right)$$

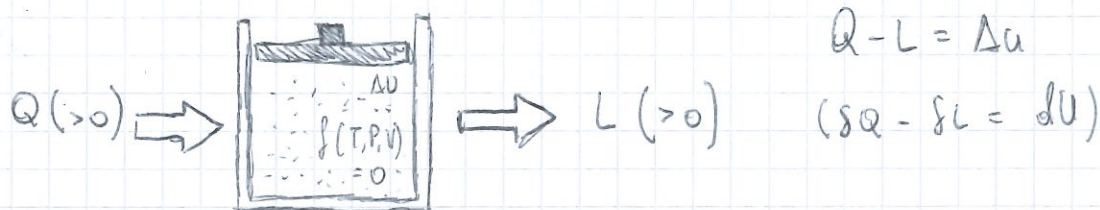
I solidi e i liquidi vengono considerati **incomprimibili**, ovvero si assume spesso il loro volume specifico (e quindi densità) costante

$$V = \text{costante}$$

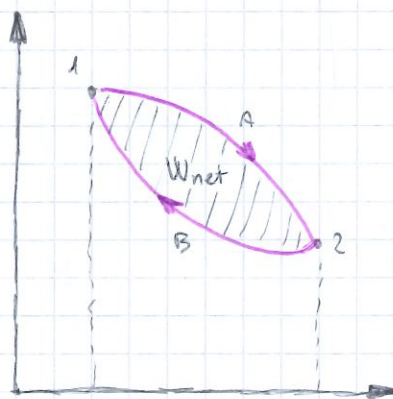
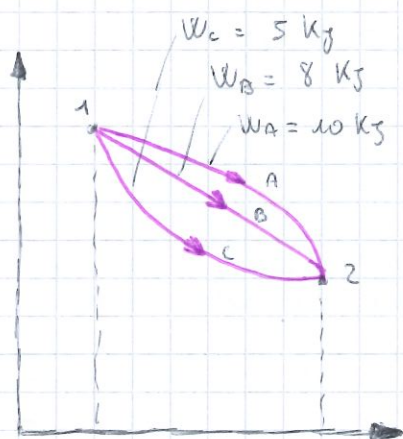


## ANALISI ENERGETICA DEI SISTEMI CHIUSI

Effettuiamo un bilancio energetico su un sistema chiuso



Il lavoro di variazione di volume dipende anche dal percorso e quello totale viene rappresentato (di un ciclo) dall'area interna alle curve di processo



$$\delta L = P dV$$

$$L = \int_1^2 P dV$$

L'energia interna  $U$  è funzione di stato poiché  $\Delta U$  dipende solo dallo stato finale e iniziale della trasformazione. NON può essere misurata direttamente ma tramite relazioni tra altre variabili e funzioni di stato  $\rightarrow u = u(T)$

## L'ENTALPIA

L'entalpia è una funzione di stato, è una grandezza estensiva per cui spesso è conveniente considerare l'entalpia specifica. A differenza dell'energia interna non ha significato fisico.

$$H = U + PV \longrightarrow h = \frac{H}{m} = u + Pv$$



Anche l'entalpia di un gas ideale è funzione solo della temperatura

$$\left. \begin{array}{l} h = u + P_v \\ P_v = RT \end{array} \right\} h = u + RT \Rightarrow h = h(T)$$

Consideriamo ora un sistema chiuso che subisce una trasformazione quasi-statica infinitesimale:  $\delta Q$  = calore scambiato,  $dT$  = Temperatura. Definiamo la CAPACITÀ TERMICA "C" il rapporto:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \quad \left\{ \text{ovvero: } \delta Q = C dT \right\}$$

essendo estensiva si introduce il CALORE SPECIFICO:

$$c = \frac{\delta q}{dT} \quad \left\{ q = \frac{Q}{m} \right\}$$

In generale il CALORE SPECIFICO non rimane costante durante una trasformazione termodinamica: è conveniente definirlo perciò per trasformazioni semplici, ovvero a volume e a pressione costanti ( $\dots, v, \dots, p$ )

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (J/kg \cdot K)$$

Mostriamo le relazioni tra  $c_v$  e  $u$ ,  $c_p$  e  $h$

$$\left\{ \begin{array}{l} du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \\ du = c_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv \end{array} \right., \quad \left\{ \begin{array}{l} dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp \\ dh = c_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp \end{array} \right.$$



Perché l'energia interna e l'entropia sono in funzione della Temperatura

$$C_v = C_v(T) \quad ; \quad C_p = C_p(T)$$

Per un gas ideale la relazione è

$$\left. \begin{aligned} dh &= du + R dT \\ dh &= c_p dT \quad ; \quad du = c_v dT \end{aligned} \right\} \longrightarrow \begin{aligned} c_p &= c_v + R \\ \tilde{c}_p &= \tilde{c}_v + R_u \end{aligned}$$

$\Downarrow \text{mol}$

Si può definire il rapporto :  $K = \frac{c_p}{c_v} > 1$

Nel modello teorico del gas perfetto  $c_v$  e  $c_p$  sono costanti :

GAS	$C_v$	$C_p$	$K = C_p/C_v$
monatomico	$\frac{3}{2} R$	$\frac{5}{2} R$	$\frac{5}{3}$
bisatomico	$\frac{5}{2} R$	$\frac{7}{2} R$	$\frac{7}{5}$
polibatomico	$\frac{7}{2} R$	$\frac{9}{2} R$	$\frac{9}{7}$

Empiricamente possiamo considerare costanti i valori specifici dei gas monoatomici mentre si possono utilizzare relazioni polinomiali semi-empiriche per gli altri gas. I parametri  $a, b, c, d$  si ricavano dalle tabelle

$$\tilde{c}_p(T) = a + bT + cT^2 + dT^3$$

## ANALISI ENERGETICA DI TRASFORMAZIONI SEMPLICI

- Trasformazione di un sistema isolato : (es: espansione gas)

NON scambia energia con l'ambiente  $\rightarrow Q = L = 0$  e quindi  $\Delta U = 0$





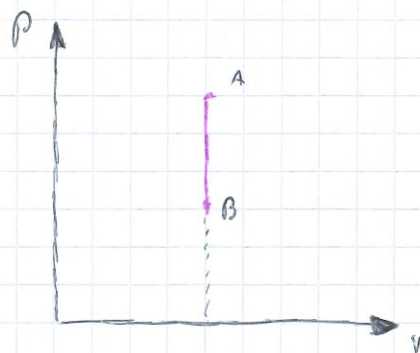
• Trasformazione **isocora**:  $\Delta V = 0$

$$L = \int_A^B P dV = 0 \rightarrow \Delta U = Q - L = Q$$

$$dU = m c_v dT \Rightarrow Q = \Delta U = m \int_1^2 c_v dT$$

Nel caso di un gas ideale si ha:

$$T/P = k \quad (V = \text{costante}) \Rightarrow Q = \Delta U = m c_v \Delta T = c_v V \frac{\Delta P}{R}$$



• Trasformazione **isobara**:  $\Delta P = 0$

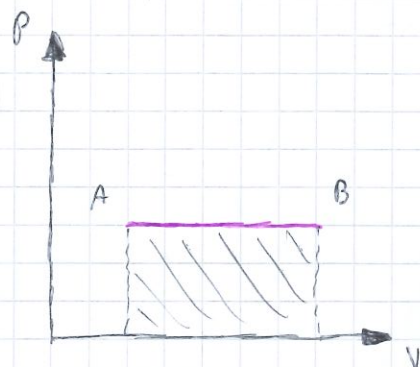
$$L = \int_A^B P dV = P \cdot \Delta V$$

$$\delta Q = dH = m c_p dT \Rightarrow Q = \Delta H = m \int_1^2 c_p dT$$

$$\Delta U = Q - L = m \int_1^2 c_p dT + P \cdot \Delta V$$

Nel caso di gas ideale si ha:

$$T/V = k \quad (P = \text{costante}) \Rightarrow L = P \cdot \Delta V = n R_u \Delta T$$



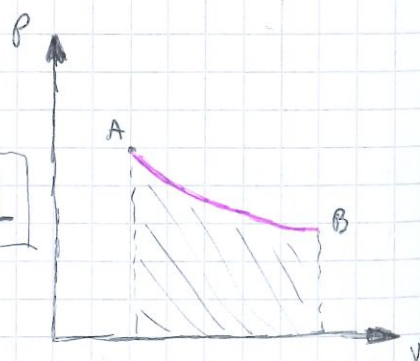
• Trasformazione **isoterma**:  $dT = 0$

Nel caso di gas ideale:

$$P = \frac{K}{V} \quad (T = \text{costante}) \Rightarrow dU = \Delta U = 0 \Rightarrow \boxed{Q = L}$$

$$L = \dots = n \cdot R_u \cdot T \cdot \ln \frac{P_A}{P_B}$$

$$Q = L = \dots = n \cdot R_u \cdot T \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}$$



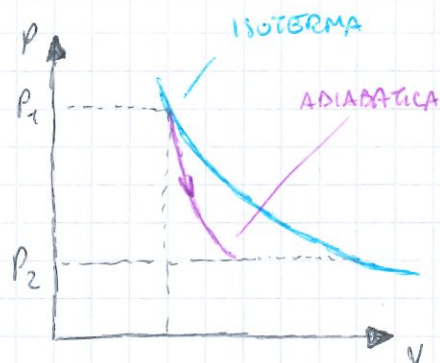


• Trasformazione adiabatica:  $Q = 0$

$$\Delta U = Q - L = -L \Rightarrow L = -\Delta U$$

$$\delta L = -dU \xrightarrow{\text{massico}} \delta l = -\delta u = -c_v dT$$

$$\text{se } c_v = \text{costante: } L = m \int_1^2 -c_v dT = -m c_v \Delta T$$



EQUAZIONE CARATTERISTICA DI UNA ADIABATICA (GAS IDEALE):

$$P V^K = \text{costante} \quad \text{con} \quad K = \frac{c_p}{c_v}$$

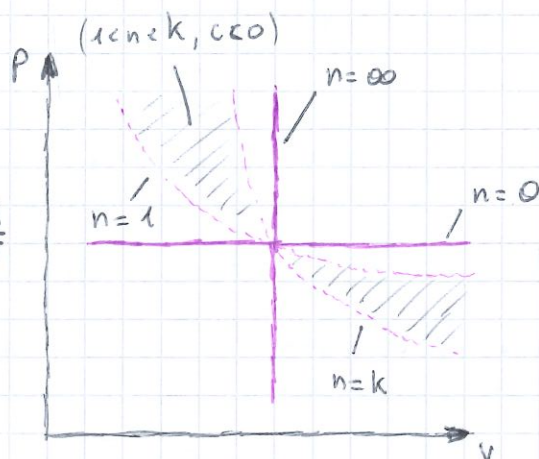
• Trasformazione politropica:

$$P V^n = \text{costante}, \quad n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

dove  $c$  è la capacità termica specifica:  $c = \frac{\delta q}{dT}$

In base all'esponente avremo

- $n = 0$ : isobara ( $P = \text{cost}$ ,  $c = c_p$ )
- $n = 1$ : isoterma ( $dT = 0$ ,  $c \rightarrow \infty$ ,  $pV = \text{cost}$ )
- $n = \pm \infty$ : isocora ( $c = c_v$ ;  $V = \text{cost}$ )
- $n = k$ : adiabatica ( $\delta Q = 0$ )

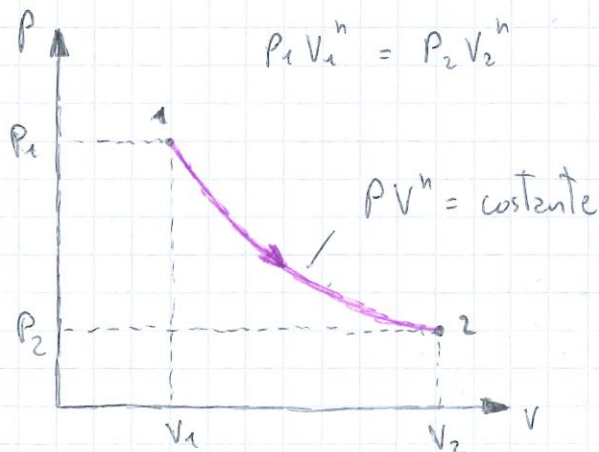


Il lavoro in un processo politropico (costante "n")

$$P V^n = C \Rightarrow P = C V^{-n}$$

$$L = \int_1^2 P dV = \int_1^2 C V^{-n} dV = C \frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} =$$

$$= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n}$$



Per un gas ideale:  $L = \frac{m R (T_2 - T_1)}{1-n}$



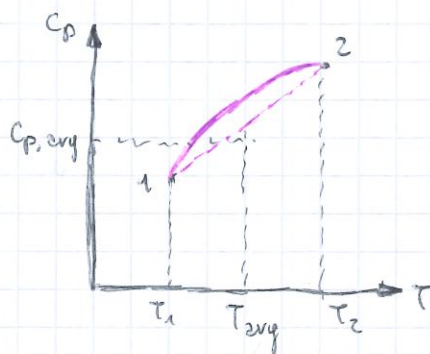
## COME CALCOLARE $\Delta u \equiv \Delta h$ (tre modi).

①  $\Delta u = \int_1^2 c_v dT$  ,  $\Delta h = \int_1^2 c_p dT$

② Approssimando a valor medio dei calori specifici, l'intervallo deve essere non troppo ampio

$$\Delta u = c_{v,avg} \Delta T$$

$$\Delta h = c_{p,avg} \Delta T$$



③ Dalle tabelle usando valori tabulati:

$$\Delta u = u_2 - u_1$$

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

Troveremo ora il calcolo di  $\Delta u$  e  $\Delta h$  per **solidi** e **liquidi**, considerati spesso **incompressibili** ( $v = \text{cost.}$ ,  $\rho = \frac{1}{v} = \text{cost.}$ ). Si può dimostrare che

$$c_v(T) = c_p(T) = c(T)$$

La variazione di energia interna, per piccoli  $\Delta T$ , si dice  $c(T) = \text{costante}$

$$\Delta u = \int_1^2 c(T) dT \approx c_{avg} \int_1^2 dT = c_{avg} \Delta T$$

La variazione di entalpia sarà diversa per i due:

$$\Delta h = \Delta u + v \Delta P \approx c_{avg} \Delta T + v \Delta P$$

• SOLIDI: " $v \Delta P$ " trascurabile  $\rightarrow \Delta h \approx c_{avg} \Delta T$

• LIQUIDI & (isoterme fluidi) " $v \Delta P$ " non sempre trascurabile  $\rightarrow h(T, P) = h_{sat}(T) + v_{sat}(T)(P - P_{sat}(T))$

**NOTA:**

Se  $\Delta P = 0$ ,  $P = \text{costante}$  come in scambiatore:  $\Delta h = \Delta u \approx c_{avg} \Delta T$

Se  $\Delta T = 0$ ,  $T = \text{costante}$  come in pompa:  $\Delta h = v \Delta P$

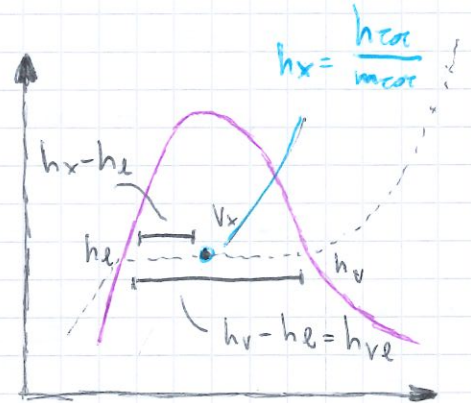


Vediamo qualche considerazione sulle miscele liquido-vapore: il cambiamento di fase avviene a  $T = \text{costante}$ ,  $P = \text{costante}$ .

Introduciamo l'**entalpia di vaporizzazione** ( $h_{ev} = h_v - h_e$ ) e definendola come la quantità di calore necessaria a far evaporare una unità di massa di liquido saturo ad una data temperatura o pressione

$$\begin{aligned} u_x &= (1-x)u_e + xu_v = \\ &= u_e + x(u_v - u_e) = \underline{u_e + x u_{ev}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_x &= (1-x)h_e + xh_v = \\ &= h_e + x(h_v - h_e) = \underline{h_e + x h_{ev}} \end{aligned}$$



Un liquido sottoraffreddato dipende molto più della temperatura che della pressione. Spesso si approssimano le proprietà a quelle del liquido saturo alla temperatura data.

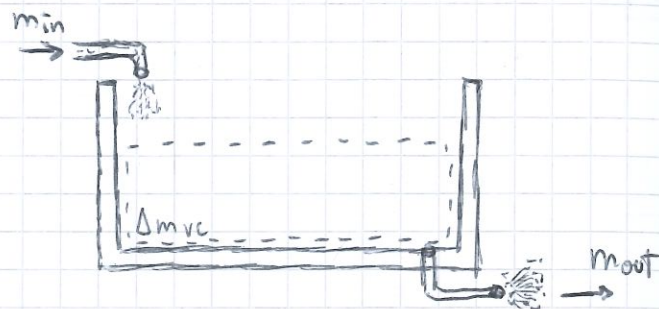
Il vapore surriscaldato si comporta come gas ideale a bassa pressione e alta temperatura, in generale lontano dal punto critico



## BILANCI SU SISTEMI APERTI

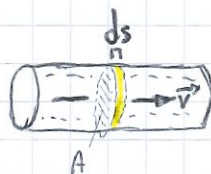
I sistemi aperti sono più comuni di quelli chiusi e sono tali poiché permettono alla materia di entrare o uscire. Introduciamo il **principio di conservazione della massa**: introduciamo il volume di controllo ( $\Delta m_{vc}$ ), la variazione della massa " $\Delta m_{vc}$ " al suo interno sarà pari alla sola componente che attraversa la sua frontiera. Introduciamo i **bilanci di materia**:

$$\frac{d}{dt} m_{in} - m_{out} = \Delta m_{vc}$$
$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{d m_{vc}}{dt}$$



Il volume di controllo varierà quindi a seconda della massa  $m$  ingresso ( $\dot{m}_{in}$ ) e  $m$  uscita ( $\dot{m}_{out}$ ) del sistema in funzione della quantità infinitesima ( $\dot{m}_{in}$ ,  $\dot{m}_{out}$ ) definita **PORTATA MASSICA**. Ad esempio è:

TUBO:



$$\frac{dV}{dt} = A \frac{ds}{dt} = \dot{V}$$

Possiamo anche trattare la **PORTATA VOLUMETRICA**:

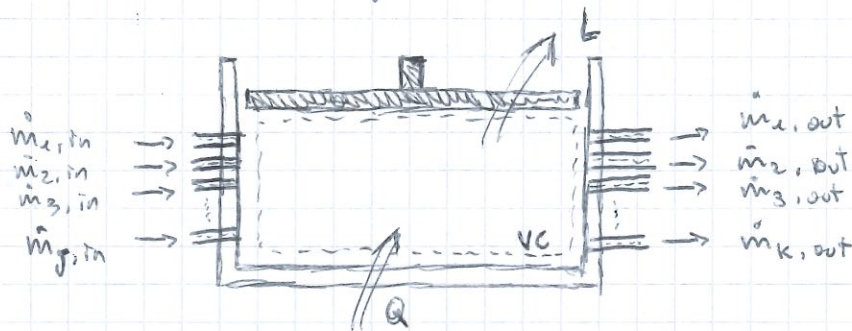
$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho \cdot \vec{v} \cdot A$$

Tuttavia per questioni di attrito e moti laminari/turbolenti la velocità  $\vec{v}$  non sarà costante quindi dobbiamo procedere a livello infinitesimo (consideriamo  $dA$  che implica  $d\dot{m}$ ), introduciamo  $\vec{v}_{avg}$  (velocità media)

$$\dot{m} = \rho \int_A \vec{v} \cdot dA \rightarrow \dot{m} = \rho \int_A \vec{v} \cdot dA$$
$$\text{se } \vec{v}_{avg} = \frac{\int_A \vec{v} \cdot dA}{A} \quad \text{allora } \dot{m} = \rho \cdot \vec{v}_{avg} \cdot A$$



A questo punto facciamo il primo bilancio, di MASSA (1)



J: entranti

K: uscenti

\* =  $\theta$  associata

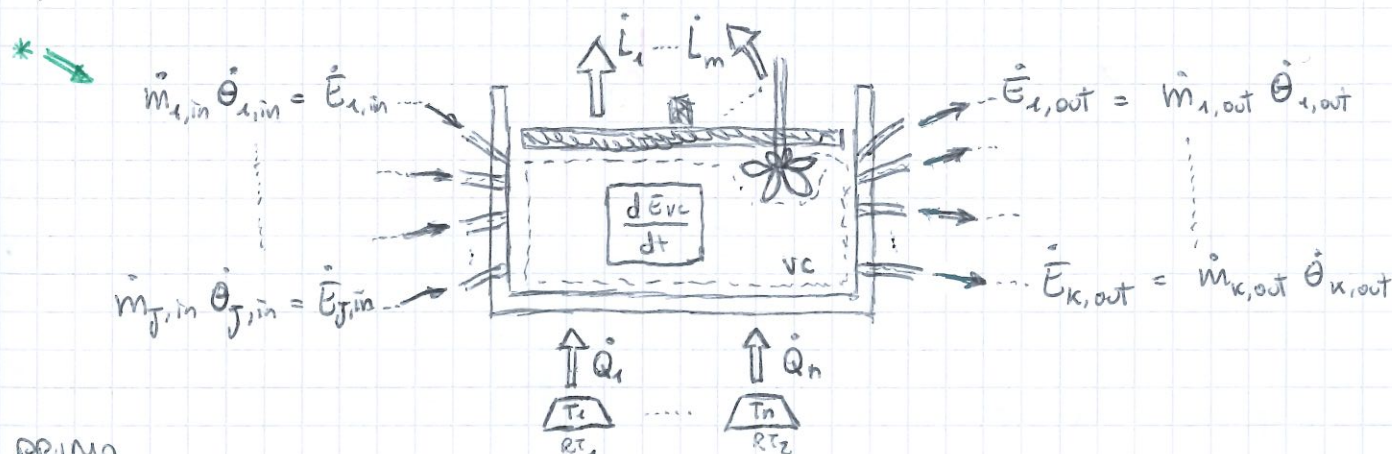
Quindi il bilancio medio di MASSA sarà:

$$\sum_J \dot{m}_{J,in} - \sum_K \dot{m}_{K,out} = \frac{d m_{VC}}{dt} = \Delta \dot{m}_{VC}$$

Tuttavia la massa quando entra/ esce da un sistema si porta con sé una certa energia\* (cinetica + potenziale + termica ... = interna). Stiamo parlando di PORTATE massiche ( $\dot{m}$ ) quindi per l'energia, termica in questo caso, considereremo la PORTATA TERMICA ( $\dot{Q}$ ) anche detta POTENZA TERMICA.

Introduciamo il concetto di riserva termica, ovvero una fonte che sembra esalare con "capacità termica  $\rightarrow \infty$ " quindi  $T_{RT} = \text{costante}$ .

Allo stesso modo come può entrare energia, potrà uscire lavoro quindi introduciamo la POTENZA MECCANICA ( $\dot{L}$ )



PRIMO PRINCIPIO

$$\sum \dot{E}_{in} - \sum \dot{E}_{out} = \frac{d E_{VC}}{dt}$$

$$\sum_J \dot{E}_{J,in} + \sum_n \dot{Q}_n - \sum_K \dot{E}_{K,out} - \sum_m \dot{L}_m = \frac{d E_{VC}}{dt}$$

$$\sum_J \dot{m}_{J,in} \theta_{J,in} - \sum_K \dot{m}_{K,out} \theta_{K,out} + \sum_n \dot{Q}_n - \sum_m \dot{L}_m = \frac{d E_{VC}}{dt}$$

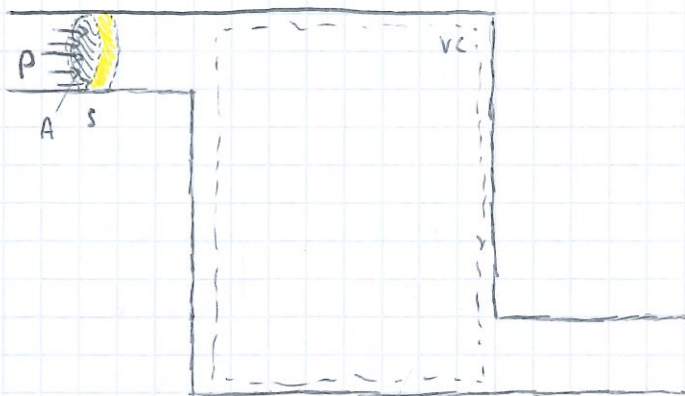


## LAVORO DI PULSIONE

Il lavoro di pulsione ( $W_p$ ) è il lavoro necessario per spingere una massa all'interno o all'esterno di un volume di controllo; serve per mantenere un flusso continuo attraverso il volume di controllo

$$P = F/A \rightarrow F = P \cdot A$$

$$W_p = F \cdot s = P \cdot A \cdot s = P \cdot V$$



In termini massici:

$$w_p = P \cdot v \left( \neq \int_v P \, dv \right)$$

Una volta definita questa grandezza chiameremo il simbolo di  $\theta$  come la somma dei seguenti

$$\theta = e_k + e_{pot} + u + w_p$$

↓

$$\theta = \frac{V^2}{2} + gz + u + P \cdot v$$

Dalla formula dell'entropia specifica otterremo

$$\theta_i = \frac{V_i^2}{2} + gz_i + h_i$$

Spesso e volentieri affronteremo i sistemi a **flusso stazionario** ovvero processi nei quali un fluido scorre in condizioni stazionarie (indipendenti al tempo = costanti) attraverso un volume di controllo. Quindi:

- Le proprietà termodinamiche rimangono costanti sia in entrate che in uscite
- Le proprietà estensive/intensive all'interno del vc non variano nel tempo

$$\sum_j \dot{m}_{j,in} - \sum_k \dot{m}_{k,out} = 0 \quad ; \quad \sum \dot{E}_{in} - \sum \dot{E}_{out} = 0$$

In tali condizioni non ci può essere lavoro di espansione (o compressione) di volume, pertanto il lavoro meccanico può essere trasmesso solo tramite ALBERO MOTORE



## ENTROPIA E SECONDO PRINCIPIO

In termodinamica esistono processi spontanei e non ..., ad esempio una tazzina calda non si scalderà ulteriormente assorbendo calore dall'ambiente. Un processo spontaneo sarà l'espansione di un gas



Secondo la meccanica statistica l'**entropia** è la misura del disordine presente in un sistema. Ad ogni stato di equilibrio macroscopico del sistema, corrisponde un elevato numero di possibili stati di equilibrio microscopici. Questa è legata alla probabilità termodinamica  $\Omega$  di questo secondo la relazione di Boltzmann

$$S = k \ln \Omega$$

dove "k" è la costante di Boltzmann. Le molecole tendono a raggiungere lo stato più probabile

## SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Un sistema isolato, attraverso trasformazioni spontanee, evolverà verso lo stato più probabile, che è quello di massimo disordine, cioè di

MASSIMA ENTROPIA :  $\Delta S_{tot} \geq 0$

1) L'enunciato assiomatico del II principio è :

- ① esiste una proprietà detta ENTROPIA, funzione di stato e proprietà intrinseca del sistema. Le variazioni di questa possono essere determinate per mezzo di un processo ausiliario reversibile mediante la relazione

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev.}$$

- ② la variazione generica di questa è positiva e tende a zero per tutti i processi che approssimano le condizioni di reversibilità  $\Delta S_{tot} \geq 0$



Una trasformazione si dice **reversibile** se, partendo da uno stato di equilibrio, procede in modo tale che il sistema e l'ambiente possano sempre essere riportati nei rispettivi stati iniziali, ripercorrendo la stessa trasformazione all'inverso, senza che ne venga traccia. Perciò:

- deve essere una trasformazione QUASI-STATICA
- durante la trasformazione inversa si attraversano gli stessi stati della diretta mediante scambi energetici uguali e opposti

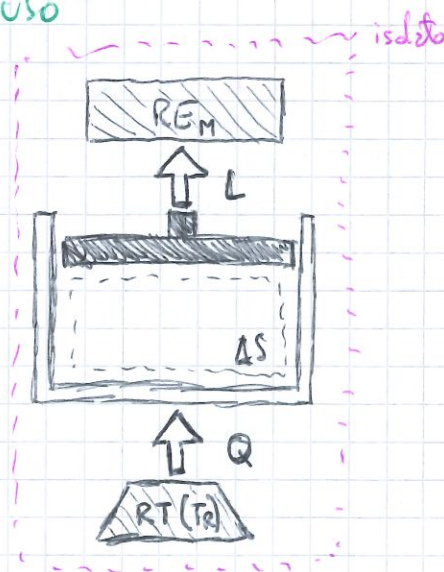
In definitiva si può dire reversibile se non determini alcun cambiamento nel sistema e nell'ambiente.

Le cause di NON REVERSIBILITÀ possono essere la "non quasi-staticità" e gli effetti dissipativi (attinti) esterni, tra sistema e ambiente, o interni, dovuti alla viscosità ed all'inerzia del sistema.

- Se nulli gli effetti dissipativi interni (come nelle "quasi-statiche") allora si parlerà di trasformazione internamente reversibile
- Se nulli solo gli effetti dissipativi esterni si parlerà quindi di trasformazione esternamente reversibile

## BILANCIO DI ENTROPIA PER SISTEMA CHIUSO

- $RE_M$ : riserva di energia meccanica. Può scambiare solo lavoro  $L$  col nostro sistema
- $RT$ : riserva termica. Ha una capacità termica infinita e temperatura costante  $T_R$ . Scambia solo calore  $Q$  col nostro sistema



Il BILANCIO DI ENTROPIA sarà:

$$\Delta S_{\text{ISOL}} = \Delta S_{\text{SISTEMA}} + \Delta S_{RT} + \Delta S_{REM} \geq 0$$



Osserviamo la variazione di entropia di una riserva  $RE_m$  ( $\delta L \neq 0$ )

$$\delta Q = 0 \rightarrow dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = 0$$

ovvero in  $RE_m$  non c'è variazione di entropia. Se poi guardiamo la variazione in una riserva termica  $RT$  ( $\delta Q \neq 0$ )

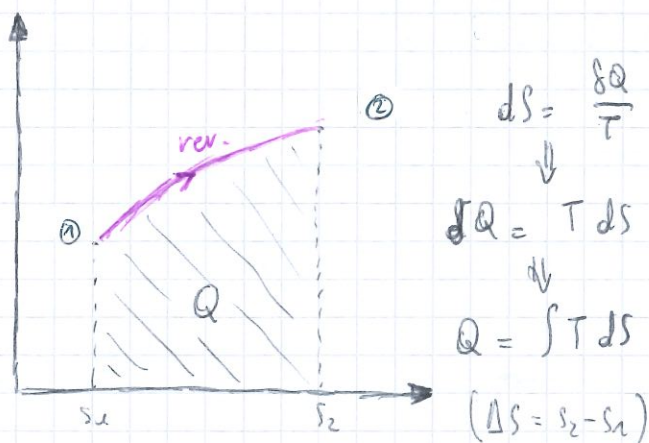
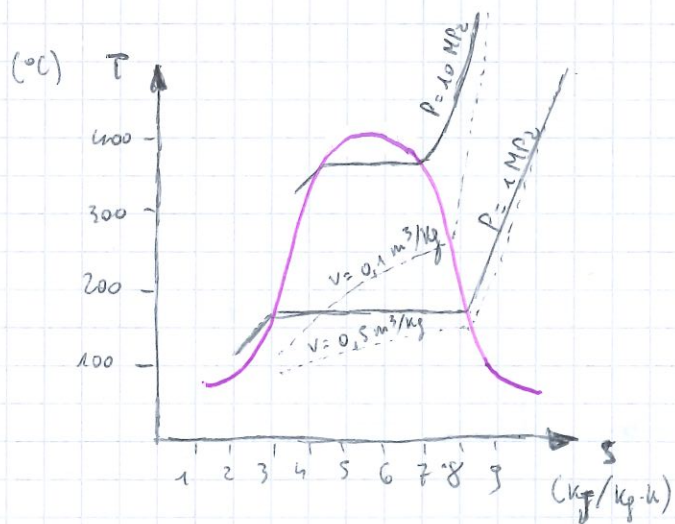
$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \rightarrow \Delta S_{RT} = \frac{1}{T_R} \int \delta Q$$

$$\rightarrow \Delta S_{RT} = \frac{Q}{T_R} \quad (Q \text{ è positivo se entrante nella riserva})$$

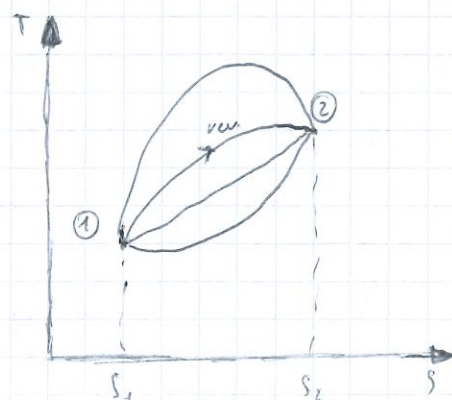
L'entropia di una sostanza pura è una proprietà (funzione di stato) per cui in ogni stato termodinamico il suo valore è univocamente determinato.  $S$  è estensiva quindi si può introdurre l'entropia specifica (massica)

$$\Delta S = m \Delta s = m (s_2 - s_1)$$

Osserviamo le relazioni sul diagramma  $T-s$



L'entropia non variando in base al percorso scelto di trasformazione si potrà ottenere da delle tabelle analogamente a "u" e "h"






### TERZO (III) PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il livello di disordine molecolare (entropia) di una sostanza cresce quando essa fonde o evapora. Questo principio enuncia che l'entropia di una sostanza cristallina pura, allo zero assoluto, è pari a zero.

$$T = 0 \text{ K} \rightarrow S = k \cdot \ln \Omega = k \cdot \ln 1 = 0$$

Introduciamo ora le relazioni  $T-ds$  e teniamo conto che l'integrale sotto alla curva di trasformazione rappresenta il calore scambiato per un processo internamente reversibile mentre una trasformazione **isoentropica** ( $ds = 0$ ) è rappresentata da un segmento verticale.



Analogamente alle funzioni "u" e "h", l'entropia non può essere misurata direttamente ma può essere determinata indirettamente attraverso le relazioni con le altre proprietà termodinamiche.

① **Prima relazione** (equazione di Gibbs):  $ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T}$

② **Seconda relazione**:  $ds = \frac{dh}{T} - \frac{VdP}{T}$

Vedremo i passaggi:

$$\delta Q_{rev} - \delta W = dU \rightarrow T \cdot ds = du + Pdv$$

$$\rightarrow ds = \frac{du}{T} + \frac{Pdv}{T} \rightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{VdP}{T}$$

$$h = u + Pv \rightarrow dh = du + Pdv + VdP$$

Perlando di gas ideali e calore specifico:

$$s_2 - s_1 = C_{v,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$s_2 - s_1 = C_{p,avg} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



Liquidi e solidi possono essere approssimati a sostanze incompressibili e perciò dalla prima relazione  $du \approx 0$  e assumendo  $c_p = c_v = c$ ,  
 $du = c dT$ , si avrà

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T} \approx c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Nel processi isoentropici avremo invece:

$$S_2 - S_1 = c_{avg} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \rightarrow T_2 = T_1$$

Se ipotizziamo i calori specifici approssimativamente costanti per processi isoentropici in GAS IDEALI avremo

$$S_2 - S_1 = c_{v, avg} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

ricordando che:  $R = c_p - c_v$ ,  $k = c_p / c_v$  e riarrangiando si ha

$$T V^{(k-1)} = \text{costante}$$

$$T P^{(\frac{1-k}{k})} = \text{costante}$$

$$P V^k = \text{costante}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{È una trasformazione politropica,} \\ \text{in particolare una adiabatica reversibile.} \end{array} \right.$



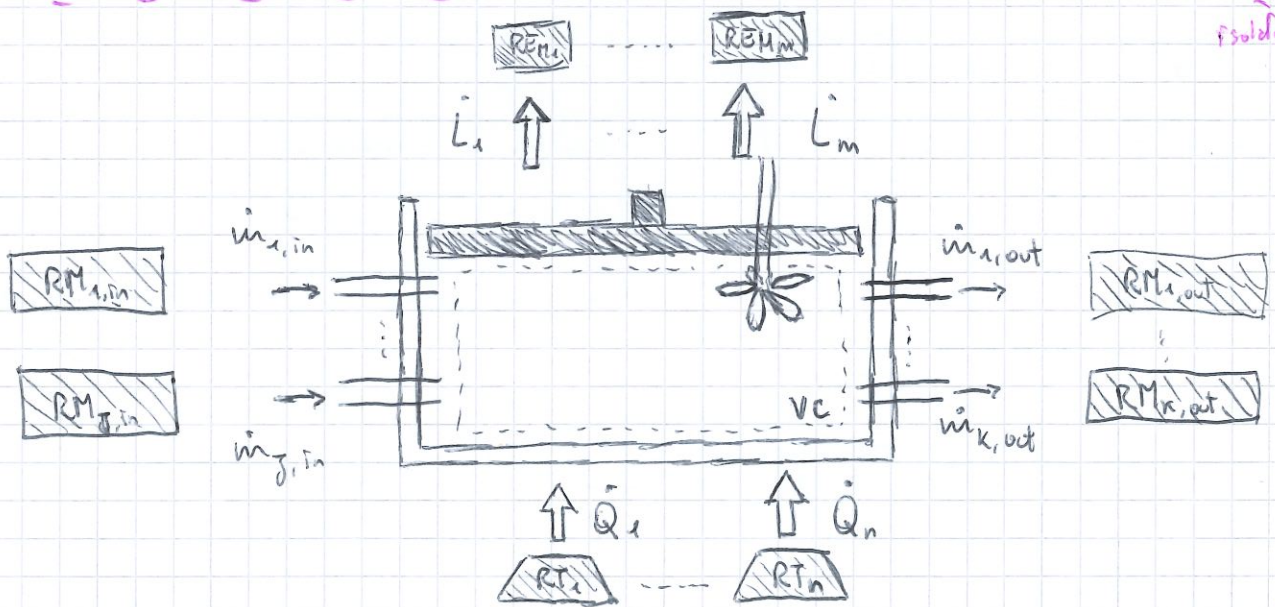
## BILANCIO ENTROPICO PER SISTEMI APERTI

Facciamo ora un bilancio entropico su un littorio sistema aperto e ricordiamo la terminologia precedente; per rendere isolato un sistema aperto introduciamo anche una viscra di materia  $RM_i$  per ogni flusso entrante ed uscente:

$RM_i$ : sistema capace di scambiare materia in quantità definite ( $\dot{m}_i$ ) con il sistema aperto considerato

La variazione di entropia associata ad una  $RM$  durante un processo sarà:

$$\begin{cases} \frac{dS_{RM_i}}{dt} = -\dot{m}_i s_i, & \text{se il flusso esce dalla viscra} \\ \frac{dS_{RM_i}}{dt} = \dot{m}_i s_i, & \text{se il flusso ENTRA nella viscra} \end{cases}$$



Applichiamo il II° principio al sistema isolato determinando la variazione di entropia totale nell'unità di tempo  $\dot{S}_g$  (entropia generata nell'unità di tempo)

$$\frac{dS_{VC}}{dt} + \sum_j \frac{dS_{RM_{j,in}}}{dt} + \sum_k \frac{dS_{RM_{k,out}}}{dt} + \sum_n \frac{dS_{RT_n}}{dt} + \sum_m \frac{dS_{RM_m}}{dt} = \dot{S}_g \geq 0$$

$$\frac{dS_{VC}}{dt} - \sum_j \dot{m}_{j,in} s_j + \sum_k \dot{m}_{k,out} s_k - \sum_n \frac{\dot{Q}_n}{T_n} = \dot{S}_g \geq 0$$



Spesso viene scritta come:

$$\sum_j \dot{m}_j s_j - \sum_k \dot{m}_k s_k + \sum_n \frac{\dot{Q}_n}{T_n} + \dot{S}_g = \frac{dS_{VC}}{dt}$$

Quando il sistema è STAZIONARIO la variazione di entropia nel volume di controllo è nulla, ovvero

$$-\sum_j \dot{m}_j s_j + \sum_k \dot{m}_k s_k - \sum_n \frac{\dot{Q}_n}{T_n} = \dot{S}_g$$

Osserviamo ora l'equazione di bilancio di energia per un sistema a flusso stazionario in condizioni di reversibilità interne:

$$\delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_k + de_{pot}$$

$$-\delta w_{rev} = v dP + de_k + de_{pot}$$

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP - \Delta e_k - \Delta e_{pot}$$

Se le energie cinetiche e potenziali sono trascurabili avremo

$$w_{rev} = - \int_1^2 v dP$$

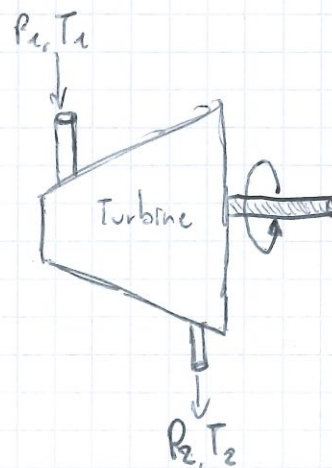
Un dispositivo a flusso stazionario produce il massimo lavoro (o consuma il minimo lavoro) quando il processo è reversibile: ( $\dots_{act}$  = "actual")

$$\begin{cases} \delta q_{act} - \delta w_{act} = dh + de_k + de_{pot} \\ \delta q_{rev} - \delta w_{rev} = dh + de_k + de_{pot} \end{cases}$$

$$\delta w_{rev} - \delta w_{act} = \delta q_{rev} - \delta q_{act}$$

$$\frac{\delta w_{rev} - \delta w_{act}}{T} = ds - \frac{\delta q_{act}}{T} \quad (\geq 0)$$

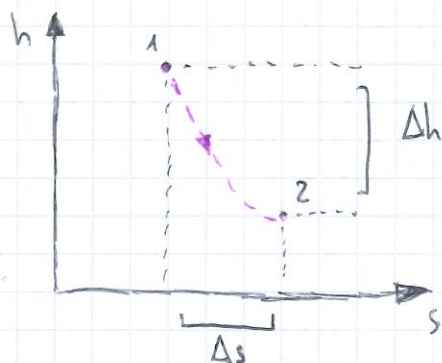
$$\Rightarrow w_{rev} \geq w_{act}$$





## IL DIAGRAMMA DI MOLLIER (h-s)

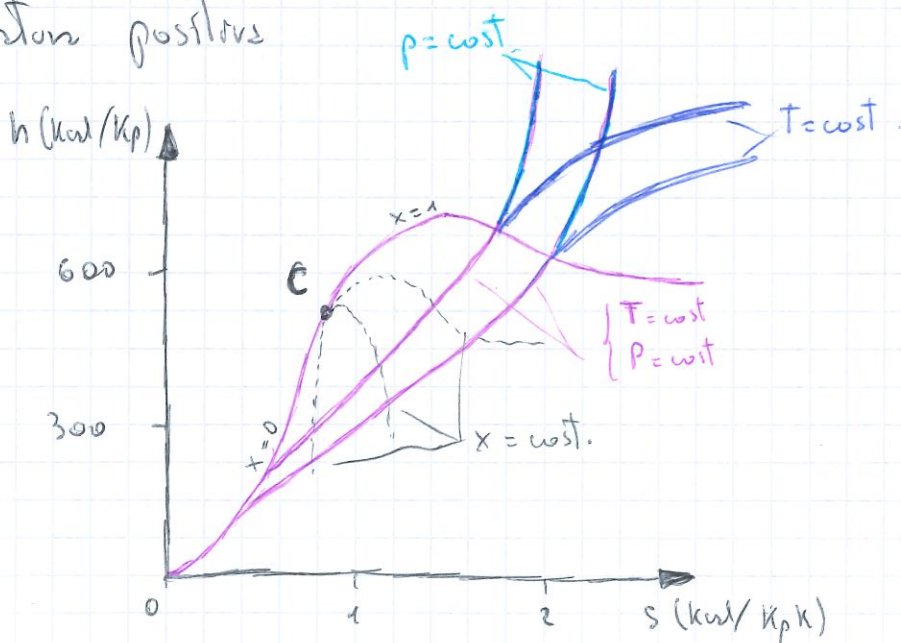
Per dispositivi adiabatici a flusso stazionario, il segmento verticale  $\Delta h$  misura il lavoro, mentre il segmento orizzontale  $\Delta s$  misura le irreversibilità.



- la curva limite inferiore passa per l'origine degli assi
- per una trasformazione infinitesima internamente reversibile,  $dh = T ds + v dp$   
quindi per una isobara ( $dp = 0$ ), risulta  $dh = T ds$  ovvero

$$T = \left( \frac{\partial h}{\partial s} \right)_{P=\text{costante}}$$

Ciò significa che le isobare hanno in ogni punto una pendenza espressa dal valore della temperatura assoluta in quel punto. Di conseguenza, nelle zone dei vapori saturi, le isobare, che sono anche isoterme, non possono che essere dei segmenti di retta a pendenza crescente verso il punto critico; al contrario, nelle zone dei vapori surriscaldati, esse hanno curvature positive.





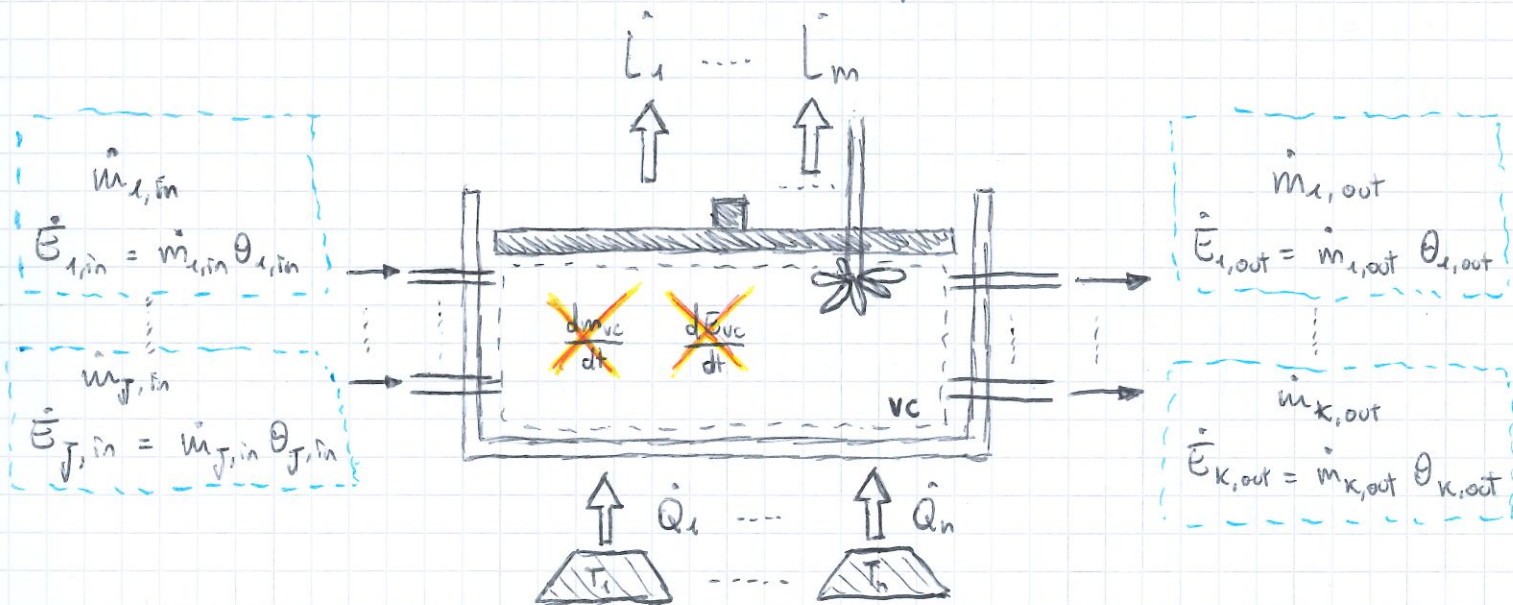
## BILANCI TERMODINAMICI SU DISPOSITIVI A FLUSSO STAZIONARIO

Affrontiamo ora il capitolo sui bilanci a flusso stazionario, ovvero riguardanti le principali macchine che tratteremo. Come in tutti i bilanci procederemo secondo il seguente metodo: bilanci di massa e materia, bilanci energetici (di I° principio) e un bilancio entropico (ovvero sul secondo principio).

Perché si parli di **flusso stazionario** dovremo considerare:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{dE_{vc}}{dt} = 0$$

Per tanto a livello generico avremo la seguente procedura schematica



Tale modello servirà per i seguenti bilanci, citati poco fa:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_J \dot{m}_{J,in} - \sum_K \dot{m}_{K,out} &= 0 \\ \sum_J \dot{m}_{J,in} \left( \frac{V_{J,in}^2}{2} + g z_{J,in} + h_{J,in} \right) - \sum_K \dot{m}_{K,out} \left( \frac{V_{K,out}^2}{2} + g z_{K,out} + h_{K,out} \right) + \sum_n \dot{Q}_n - \sum_m \dot{L}_m &= 0 \\ - \sum_J \dot{m}_J s_J + \sum_K \dot{m}_K s_K - \sum_n \frac{\dot{Q}_n}{T_n} &= \dot{S}_g \end{aligned} \right.$$



In questo capitolo affronteremo tale discorso su diverse apparecchiature particolari che tratteremo:

## TUBI E CONDOTTI

Il flusso generalmente soddisfa le condizioni di stazionarietà. Di solito non vengono considerati i bilanci di entropia



Tubi e condotti possono scambiare sia calore che lavoro (elettrico o meccanico) e, quando il fluido è incompressibile, il seguente bilancio di MASSA si semplifica in bilancio di volumi:

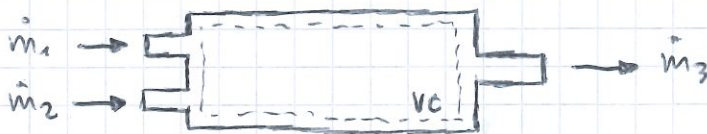
• Bilancio di massa:  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \quad \left( \xrightarrow{\text{se incompressibile}} \quad \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \right)$

• Bilancio di energia:

$$\dot{m} \left( \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1) \right) = \dot{Q} - \dot{L}$$

## MISCELATORI

Un miscelatore è un dispositivo, o una semplice sezione di un'apparecchiatura, dove avviene il mescolamento di due o più correnti fluide



Osserviamo ora le caratteristiche

• Bilanci di massa:  $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$

• Bilanci di energia: (poiché  $\dot{Q} = 0$ ;  $\dot{L} = 0$ ;  $\Delta e_k = \Delta e_{pot} = 0$ )

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 = 0$$

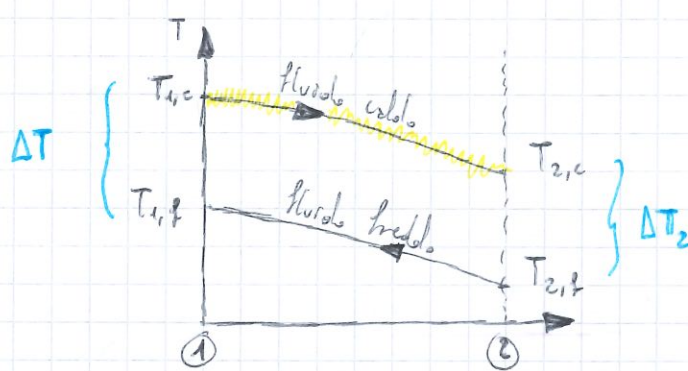
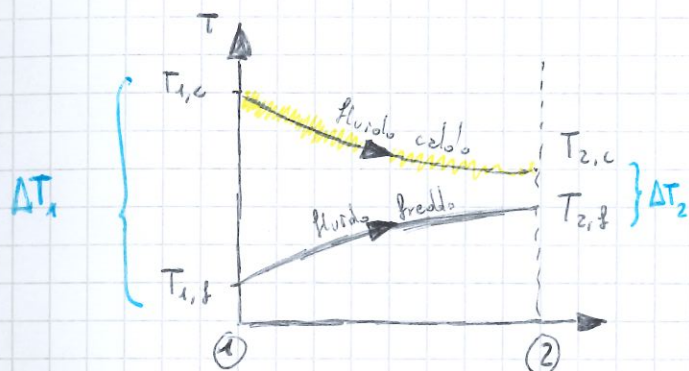
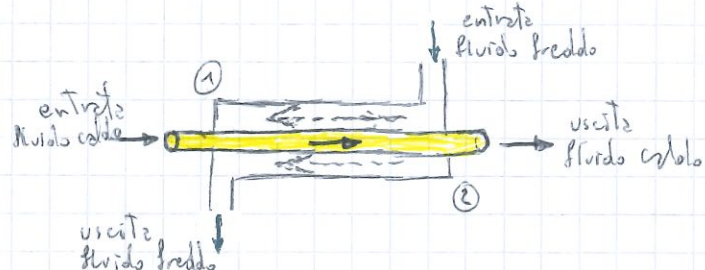
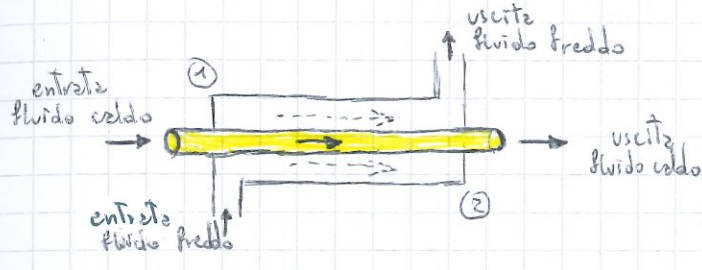
$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3$$



## SCAMBIATORI DI CALORE

Sono dispositivi in cui due fluidi in movimento si scambiano calore senza mescolarsi. Potremo avere, ad esempio, scambiatori a tubi e mantello ma anche scambiatori gas-liquido a flussi incrociati.

Potremo incontrare scambiatori equi- e contro-corrente



Gli scambiatori contro-corrente risulteranno più efficienti poiché, data la relazione " $\dot{Q} \propto \Delta T$ ", il calore scambiato risulterà maggiore a causa della maggiore differenza di temperatura tra fluido caldo e freddo.

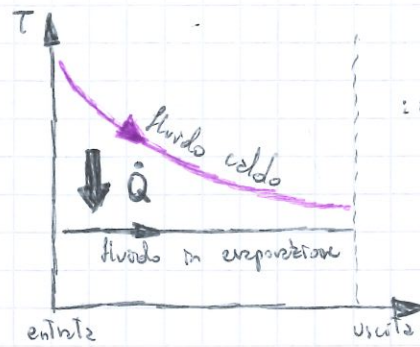
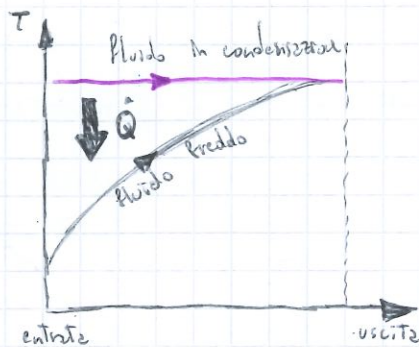
Parlando invece di condensatori ed evaporatori (ovvero scambiatori dove uno dei due fluidi subisce un cambiamento di fase) la POTENZA TERMICA è pari a:

$$\dot{Q} = \dot{m} h_{ev}$$

dove  $\dot{m}$  è la portata del fluido condensante o evaporante e  $h_{ev}$  è l'entalpia di vaporizzazione o condensazione calcolata a determinata temperatura e pressione poiché in base a dove ci si trova all'interno della CAMPANA DI SATURAZIONE il valore della differenza " $h_{ev} = h_v - h_e$ " cambierà.



CONDENSATORE :



: EVAPORATORE

Tratteremo ora i vari bilanci:

• Bilancio di massa :  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_f$  ;  $\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_c$

• Bilancio di energia : (poiché  $\dot{Q} \approx 0$  ;  $\dot{L} \approx 0$  ;  $\Delta e_k = \Delta e_{pot} = 0$ )

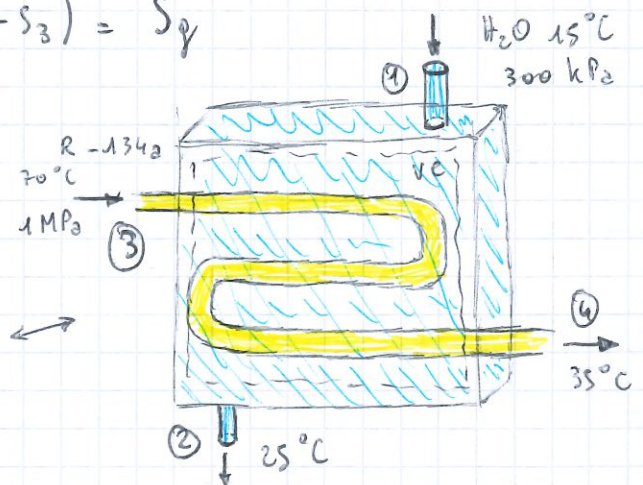
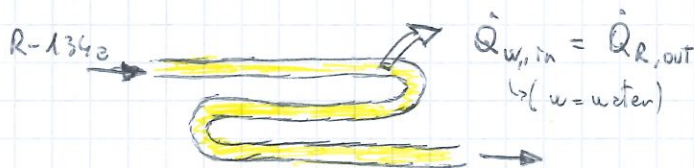
$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_4 h_4 = 0$$

$$\dot{m}_f (h_1 - h_2) = \dot{m}_c (h_4 - h_3)$$

• Bilancio di entropia :  $-\dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_4 s_4 = \dot{S}_g$

$$\dot{m}_f (s_2 - s_1) + \dot{m}_c (s_4 - s_3) = \dot{S}_g$$

Le equazioni di bilancio cambiano a seconda dei volumi di controllo scelti:



Avremo il bilancio del fluido freddo:

$$\dot{Q} + \dot{m}_f h_1 - \dot{m}_f h_2 = 0 \quad \text{ovvero} \quad \dot{Q} = \dot{m}_f (h_2 - h_1)$$

e del fluido caldo :

$$\dot{m}_c h_3 - \dot{m}_c h_4 - \dot{Q} = 0 \quad \text{ovvero} \quad \dot{Q} = \dot{m}_c (h_3 - h_4)$$

Quindi si riporta che

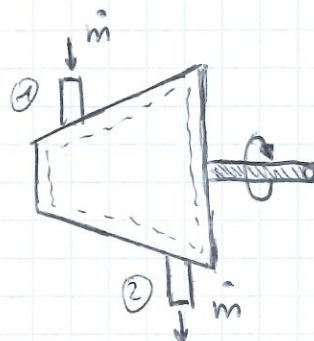
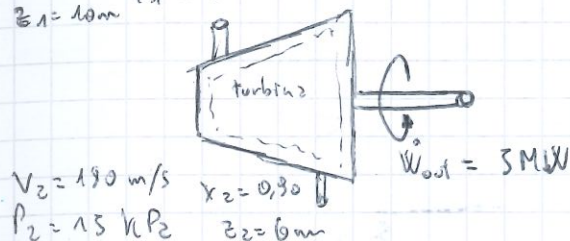
$$\dot{Q}_{w,in} = \dot{Q}_{R,out} \Rightarrow \dot{m}_f (h_1 - h_2) = \dot{m}_c (h_4 - h_3)$$



# TURBINA

È un dispositivo (Turbomachina) capace di raccogliere energia cinetica e l'entropia di un fluido e trasformarla in energia meccanica. Come un fluido passa per le pale, dell'energia meccanica viene trasferita ad un albero motore, di quale sono connesse.

$$V_1 = 50 \text{ m/s} \quad P_1 = 2 \text{ MPa} \\ T_1 = 400^\circ\text{C} \\ z_1 = 10 \text{ m}$$



$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

Vediamo ora il bilancio:

Bilancio di energia:  $\dot{m} \left( \frac{V_1^2}{2} + g z_1 + h_1 \right) - \dot{m} \left( \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + h_2 \right) + \dot{Q} - \dot{L} = 0$

Se assumiamo " $\dot{Q} \approx 0$ " si avrà

$$\dot{L} = \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) \right]$$

Abbiamo ora il rendimento isoentropico ovvero il rapporto tra il lavoro REALE prodotto e quello ottenuto in condizioni di IDEALITÀ (reversible):

$$\eta_T = \frac{\text{lavoro reale}}{\text{lavoro ideale}} = \frac{W_{\text{act}}}{W_s}$$

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_{2\text{act}}}{h_1 - h_{2s}}$$

## COMPRESSORI, POMPE, VENTILATORI

Sono dispositivi usati per aumentare la pressione di un fluido attraverso il lavoro meccanico fornito esternamente da un albero motore:

- COMPRESSORE: comprime e porta a elevate pressioni un gas
- POMPA: opera come un compressore ma su liquidi
- VENTILATORE: aumenta di poco la pressione ma di molto la velocità di un gas

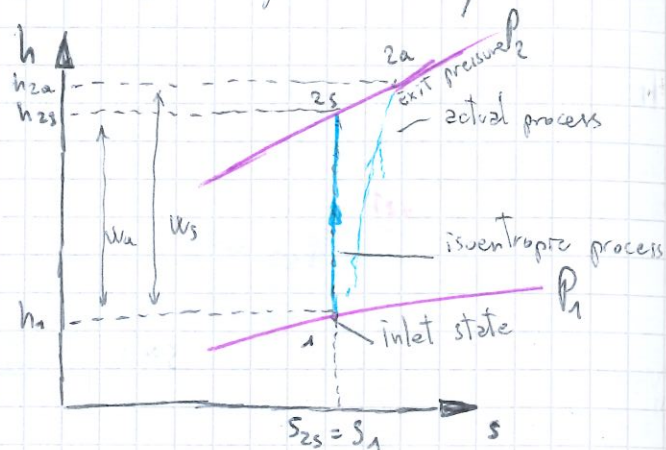


Traffimo ora il **rendimento isentropico** di compressori e pompe.  
Spesso i compressori vengono raffreddati per minimizzare il lavoro

$$\eta_c = \frac{w_s}{w_{act}} \left( \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \text{ se } e_k \text{ e } R_{pot} \text{ vengono trascurate} \right)$$

$$\eta_p = \frac{w_s}{w_{act}} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

Questo grafico è l'opposto di quello del rendimento introdotto precedentemente



## VALVOLE DI LAMINAZIONE

Sono dispositivi che provocano una sensibile riduzione nella pressione di un fluido attraverso il brusco restringimento della sezione di passaggio; spesso ciò si accompagna a una diminuzione della temperatura

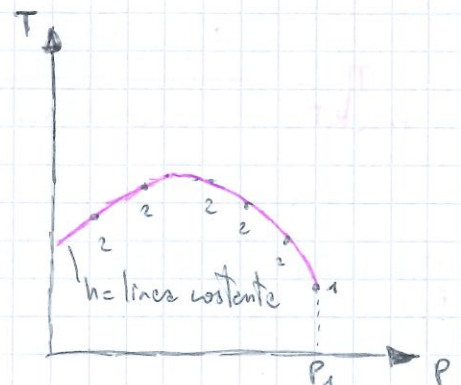
• Bilancio di energia: ( $\dot{L} = 0$ ;  $\dot{Q} = 0$ ;  $\Delta e_{n, pot} = 0$ )

$$h_2 \cong h_1 \Rightarrow u_1 + P_1 V_1 = u_2 + P_2 V_2$$

Si ha quindi una trasformazione **isoentalpica** e per ottenere un effetto raffreddamento si usano gas REALI.

A temperature relativamente basse le curve isoentalpiche presentano un massimo detto PUNTO DI INVERSIONE di Joule-Thomson tale che:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h = 0 \Rightarrow \mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h$$



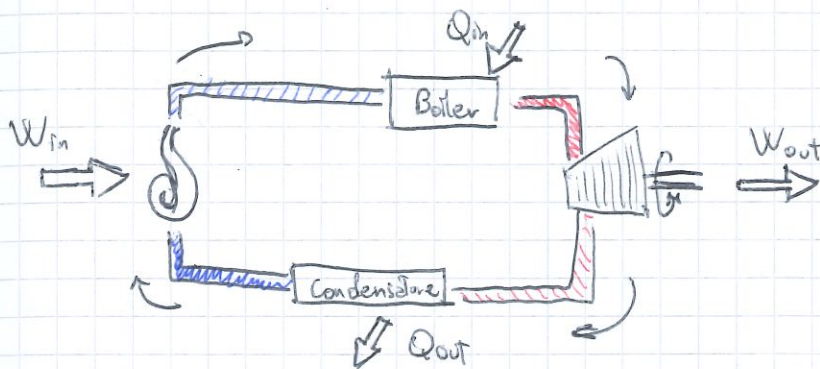
Unendo i punti si ottiene la curva di inversione. Avremo che

$$\mu_{JT} = \begin{cases} > 0 & \text{la temperatura diminuisce} \\ = 0 & \text{la temperatura rimane costante} \\ < 0 & \text{la temperatura aumenta} \end{cases}$$



## CICLI TERMODINAMICI E 2° PRINCIPIO

Consideriamo ora una macchina a ciclo con fluido evolvente

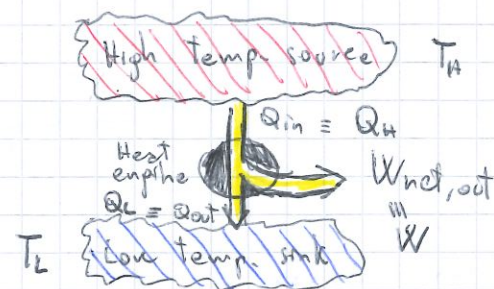


$$W_{net,out} = W_{out} - W_{in}$$

$$W_{net,out} = Q_{in} - Q_{out}$$

I **motori termici** sono dispositivi che convertono calore in lavoro

- ricevono calore
- convertono parte in lavoro meccanico
- Trasferiscono il restante a una RT a  $T_c$
- operano attraverso un ciclo

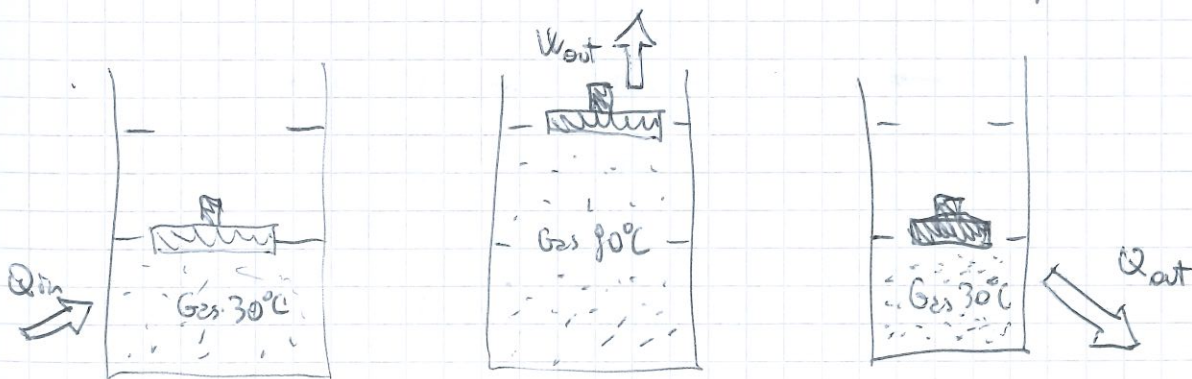


Definiamo ora il **rendimento termico** come il rapporto tra il lavoro ottenuto e l'energia fornita

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \quad \text{e poiché } W = |Q_H| - |Q_C| \quad \text{allora } \eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

Da notare che anche in condizioni IDEALI il motore termico deve per forza trasferire un  $Q_C$  altrimenti il ciclo non completa.

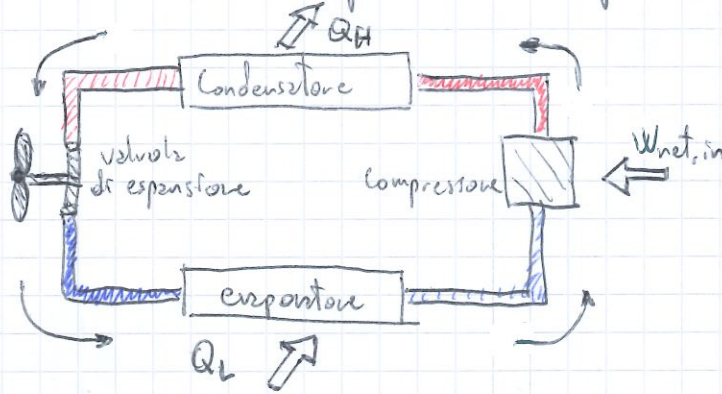
Il **2° principio secondo Kelvin-Planck** ci dice che è impossibile un ciclo dove tutto il calore si trasformi in solo lavoro ( $Q_C \neq 0$ )  
Questo limite non è dovuto esclusivamente ad effetti dissipativi come gli attriti esterni e interni, ma resta valido anche per sistemi ideali





Introduciamo ora le **macchine frigorifere** (e **pompe di calore**) che servono a trasferire calore da sorgente fredda a sorgente calda avendo il contrario di quello che avverrebbe normalmente. Operano:

- ciclo termodinamico
- il fluido evolvente è chiam. refrigerante
- il più comune è a "compressione di vapore"



Una **pompa di calore** opera come un ciclo frigorifero ma serve a riscaldare un ambiente.

Traiamo ora il **2° principio secondo Clausius** che dice essere impossibile realizzare una macchina con funzionamento ciclico, capace di trasferire calore da una sorgente a bassa temperatura ad una ad alta temperatura senza l'apporto di lavoro esterno. Non è possibile realizzare un ciclo frigorifero senza un compressore che consumi energia elettrica o meccanica.

I due enunciati, Kelvin-Planck e Clausius, sono del tutto equivalenti e non possono essere violati.

Le **MACHINE A MOTO PERPETUO** sono dispositivi qualsiasi che violano il 1° o il 2° principio della Termodinamica:

- violazione del 1° → moto perpetuo di 1° specie
- violazione del 2° → moto perpetuo di 2° specie

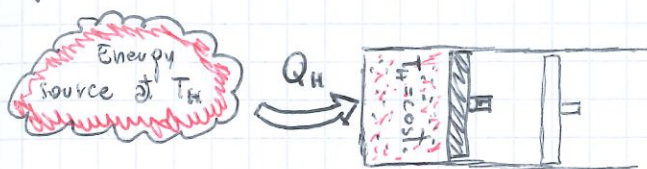
Nonostante i numerosi tentativi NON sono mai stati violati.



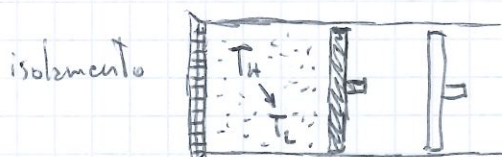
# IL CICLO DI CARNOT

Il ciclo di Carnot venne inventato allo scopo di ottenere un ciclo ideale, con quindi trasformazioni reversibili, al fine di capire e trovare il rendimento massimo al quale si può arrivare. È composto da trasformazioni quasi-statiche in ordine:

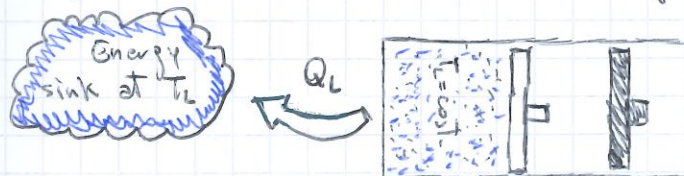
1 Espansione isoterma reversibile ( $1 \rightarrow 2$ ,  $T_H = \text{costante}$ )



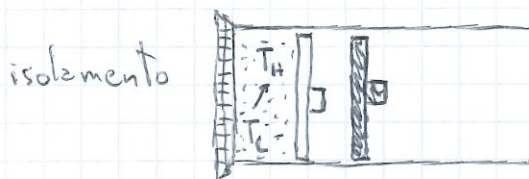
2 Espansione adiabatica reversibile ( $2 \rightarrow 3$ , temp. var. da  $T_H$  a  $T_L$ )



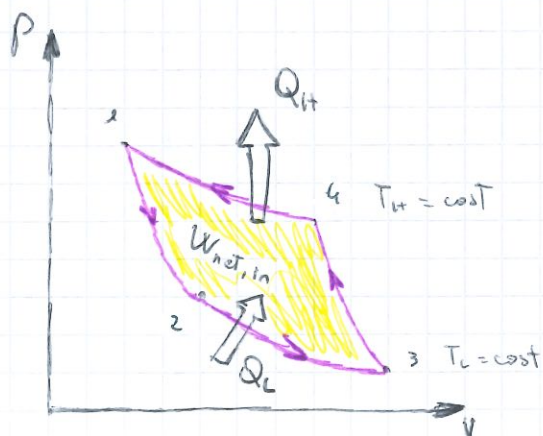
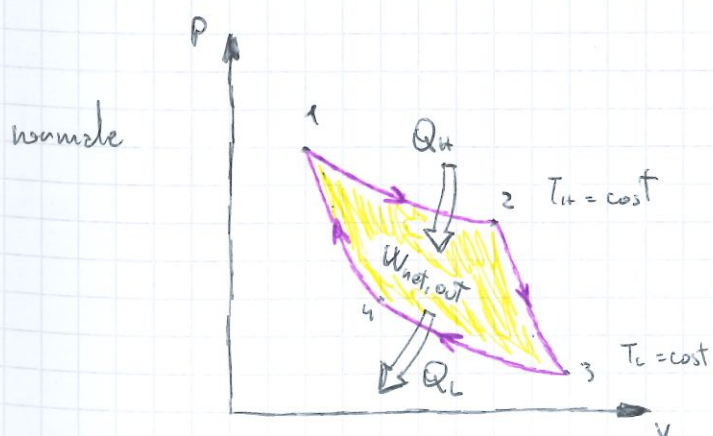
3 Compressione isoterma reversibile ( $3 \rightarrow 4$ ,  $T_L = \text{costante}$ )



4 Compressione adiabatica reversibile ( $4 \rightarrow 1$ , temp. var. da  $T_L$  a  $T_H$ )



Poiché reversibile può essere percorso in senso inverso, ottenendo un ciclo frigorifero





All'inizio ora il **Teorema di Carnot** il quale dice che,  
 (...<sub>r</sub> = reale) e (...<sub>i</sub> = ideale), si avrà

$$\eta_r < \eta_i (= \eta_c) (= \eta_{rev})$$

tra due macchine termiche che operano tra le stesse riserve Termiche.  
 Inoltre TUTTI i motori termici reversibili che operano tra le stesse riserve  
 Termiche hanno lo stesso rendimento: perciò il rendimento massimo  
 sarà detto **di Carnot (...<sub>c</sub>)** e sarà pari a quello ideale

Per un GAS IDEALE avremo che il ciclo di Carnot sarà:

$$① \quad Q_H = Q_{1-2} = L_{1-2} = n R_u T_H \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$② \quad Q_{2-3} = 0$$

$$③ \quad -Q_L = -Q_{3-4} = L_{3-4} = n R_u T_L \ln \frac{V_4}{V_3} \quad \left. \vphantom{\frac{V_4}{V_3}} \right\} \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$④ \quad Q_{4-1} = 0$$

Il rendimento di una macchina termica dipenderà solo delle  
 temperature delle due sorgenti Termiche

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} \quad \longrightarrow \quad \eta_{rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

per tutto  per ciclo reversibile

A questo punto diciamo che il ciclo di Carnot è il più efficiente  
 tra tutti i cicli operanti tra le stesse riserve Termiche

$$\eta \begin{cases} \leq \eta_{rev} & \text{se il ciclo è irreversibile} \\ = \eta_{rev} & \text{se il ciclo è reversibile} \\ > \eta_{rev} & \text{se il ciclo è impossibile} \end{cases}$$



Assumendo ora il caso del calore entrante nel ciclo avremo la disuguaglianza di Clausius: il rendimento reversibile e reale è:

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad ; \quad \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|}$$

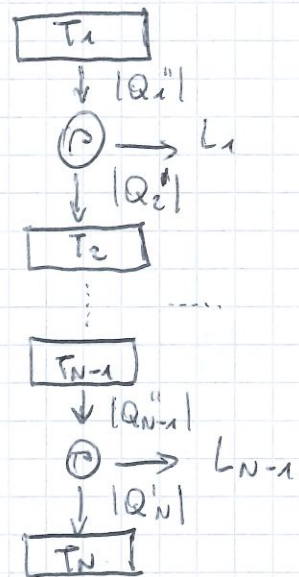
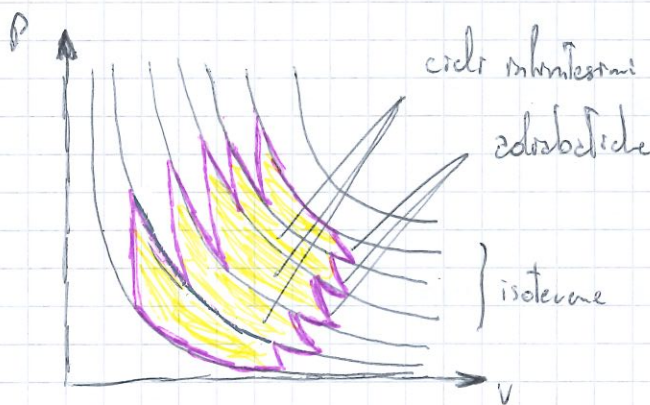
Si ha che  $\eta \leq \eta_{rev}$  ovvero

$$1 + \frac{Q_L}{Q_H} \leq 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

pertanto, considerando due sorgenti di calore 1 e 2 ( $T_1, T_2$ )

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

Se consideriamo il ciclo generico come somma di cicli di Carnot infinitesimi



Pertanto secondo la disuguaglianza per il ciclo di Carnot si esprime:

$$\frac{Q_i''}{T_i} + \frac{Q_{i+1}'}{T_{i+1}} \leq 0 \quad \left( \dots' = \text{entrante in } x; \dots'' = \text{uscite da } x \right)$$

Se si sommano le disuguaglianze:  $\frac{Q_1'}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} + \frac{Q_2''}{T_2} + \frac{Q_3'}{T_3} \dots \leq 0$   
dove ricordiamo  $Q_i = Q_i' + Q_i''$  e teniamo conto di  $\ll Q_1' = 0, Q_N'' = 0 \gg$   
allora si avrà

$$\sum_{i=0}^N \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$



Se  $N \rightarrow \infty$  il ciclo si scompone in trasformazioni infinitesime e la sommatoria diventa un integrale

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

dove  $\delta Q$  è il calore infinitesimo scambiato alla temperatura  $T$ . Questa relazione è valida per tutti i cicli, reversibili/irreversibili, diretti o inversi.

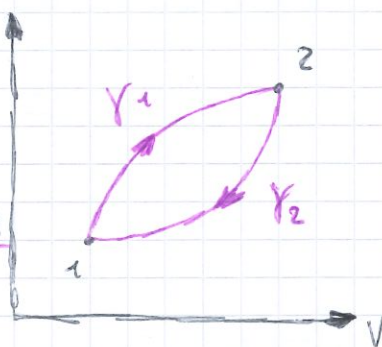
Troviamo ora l'entropia relazionata alla disuguaglianza di Clausius:

Immaginiamo di trattare il seguente ciclo

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T} = 0$$

è uguale a zero perché  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 1$  sono REVERSIBILI

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = - \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}$$



$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \frac{\delta Q}{T} \text{ è un DIFFERENZIALE ESATTO}$$

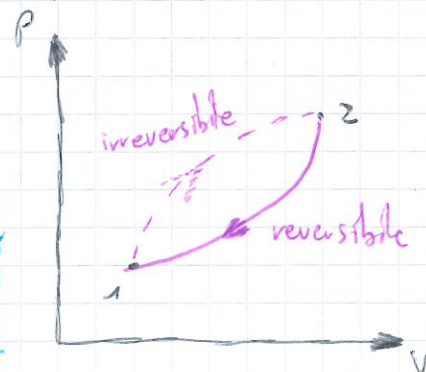
quindi la funzione  $\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{rev}}$  è una funzione di stato e quindi gli verrà dato un nome, ovvero ENTROPIA:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{rev}} \Rightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Se ora invece osservo la relazione tra disuguaglianza e 2° principio  
Immaginiamo di trattare il seguente ciclo

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{\text{irre}}^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\int_{\text{irre}}^2 \frac{\delta Q}{T} - \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} < 0 \Rightarrow S_2 - S_1 > \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$



Si nota dalla precedente che quando il sistema è ISOLATO non c'è scambio di calore  $\delta Q$ , formulando così il 2° principio della disuguaglianza

$$S_2 - S_1 \geq 0 \quad (=0 \text{ se reversibile})$$



# MACHINE TERMICHE, EFFICIENZA E CICLO RANKINE

Il rendimento (o efficienza) può essere espresso come il rapporto

$$\text{Efficienza} = \frac{\text{Energy output}}{\text{Energy input}}$$

Abbiamo ora questo argomento applicato a diverse macchine.

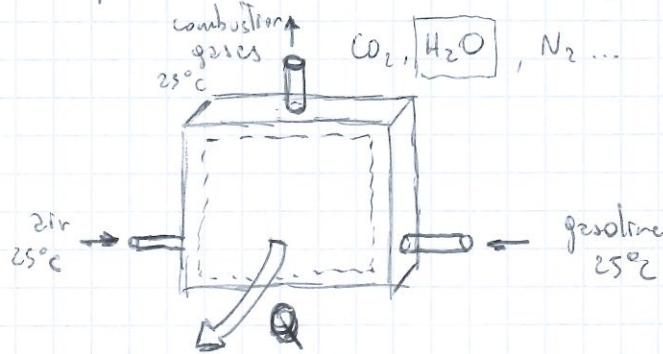
Per prima cosa guardiamo l'EFFICIENZA di una combustione e diamo delle definizioni:

• **POTERE CALORIFERO DEL COMBUSTIBILE (PC)**: calore che si libera da una quantità unitaria di combustibile e i prodotti vengono raffreddati a  $T_{ambiente}$

$$\eta = \frac{Q}{PC} = \frac{\text{calore liberato effettivo}}{\text{potere calorifero ideale}}$$

• **POTERE CALORIFERO INFERIORE ( $PCI$ )**: quando l'acqua esce sotto forma di vapore

• **POTERE CALORIFERO SUPERIORE ( $PCS$ )**: quando l'acqua presente nei gas di combustione è completamente condensata (si recupera il calore di vaporizzazione)



Facciamo l'esempio delle centrali elettriche: il rendimento di un generatore è dato dal rapporto tra la potenza elettrica generata e la potenza meccanica spesa

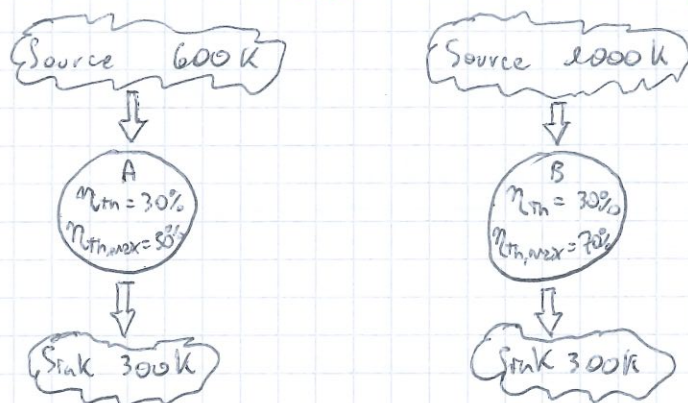
$$\eta_{\text{ovvelli}} = \eta_{\text{combustione}} \eta_{\text{termico}} \eta_{\text{generatore}} = \frac{\dot{W}_{\text{net, elettrico}}}{H_{HV} \times \dot{m}_{\text{fuel}}}$$



Per ottimizzare il rendimento si lavora sulla formula generale e si può o aumentare  $T_H$  o diminuire  $T_L$ , tuttavia a tutto ciò c'è un limite a causa di limiti tecnologici di resistenza nei materiali dell'impianto oppure a causa di una perdita overall di energia per tenere costanti a determinate temperature le RT.

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Analizziamo ora il **rendimento di 2° principio** ( $\eta_{II^\circ}$ ) e vediamo l'esempio



$$\eta_{II^\circ} \equiv \frac{\dot{W}_{out}}{\dot{W}_{rev,out}} = \frac{\eta}{\eta_{rev}}$$

Due macchine termiche hanno lo stesso rendimento di I° principio ma diversi rendimenti massimi. Il rendimento di II° principio è una misura della prestazione di una macchina termica reale, relativa alla sua prestazione in condizioni di REVERSIBILITÀ.

Definiamo ora il **coefficiente di prestazione (COP)** di un ciclo FRIGORIFERO che ha l'obiettivo di rimuovere " $Q_L$ " dalla sorgente fredda

$$COP_R = \frac{\text{desired output}}{\text{required input}} = \frac{Q_L}{W_{net,in}} \quad \xrightarrow{W_{net} = Q_H - Q_L} \quad COP_R = \frac{1}{\left(\frac{Q_H}{Q_L} - 1\right)}$$

Definiamo ora lo stesso coefficiente ma per una POMPA DI CALORE ( $\dots_{HP}$ ) con l'obiettivo di fornire " $Q_H$ " alla sorgente calda

$$COP_{HP} = \frac{\text{desired output}}{\text{required input}} = \frac{Q_H}{W_{net,in}} \quad \xrightarrow{W_{net} = Q_H - Q_L} \quad COP_{HP} = \frac{1}{\left(1 - \frac{Q_L}{Q_H}\right)} = \underline{COP_R + 1}$$

Se un ciclo può funzionare da entrambi ( $\dots_R \Leftrightarrow \dots_{HP}$ ) vale l'ultima uguaglianza



Un ciclo di Carnot inverso può essere quindi utilizzato come frigorifero o pompa di calore reversibile. Poiché  $\frac{Q_L}{Q_H} = \frac{T_L}{T_H}$ , si ha

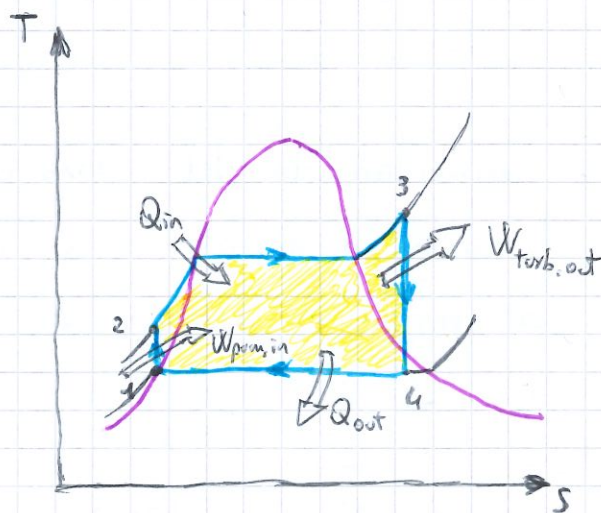
$$COP_{R, rev} = \frac{1}{\left(\frac{T_H}{T_L} - 1\right)} ; COP_{HP, rev} = \frac{1}{\left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)}$$

Nessun frigorifero o pompa di calore può avere COP più alto di una macchina reversibile operante alle stesse temperature. Inoltre al diminuire di  $T_L$  diminuisce anche il COP.

Il ciclo di Carnot pur avendo il massimo rendimento teorico non può essere utilizzato nella pratica in un impianto di vapore.

## IL CICLO RANKINE

- ① Compressione isentropica in una pompa
- ② Scambio di calore a  $P$  costante in caldaia
- ③ Espansione isentropica in turbina
- ④ Scambio di calore isobaro in condensatore



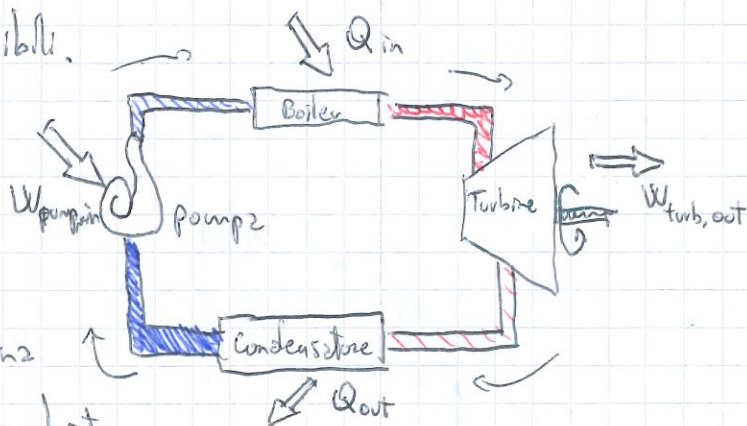
Un ciclo Rankine utilizza, quando IDEALE, tutte trasformazioni internamente reversibili.

Ciò supera i limiti tecnici del precedente ciclo surriscaldando il vapore in caldaia e eliminando quasi completamente la condensazione in turbina.

L'area sottesa da 2-3 è il calore scambiato

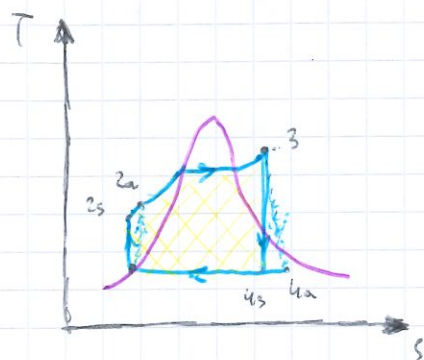
in caldaia, mentre l'area 4-1 è il calore scambiato del condensatore.

La loro differenza (area racchiusa nel ciclo) è il lavoro netto prodotto.





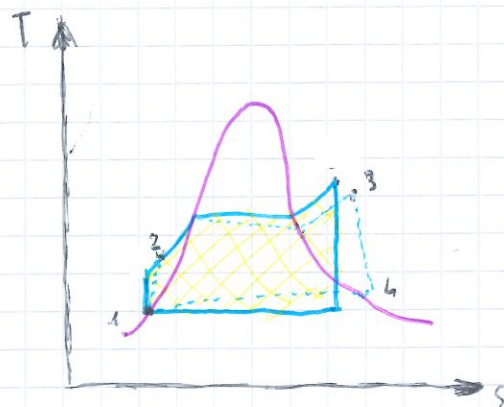
Se il ciclo è REALE (irreversible) gli attriti e le perdite di calore con l'ambiente sono cause comuni di irreversibilità negli impianti reali.



Rendimenti isentropici:

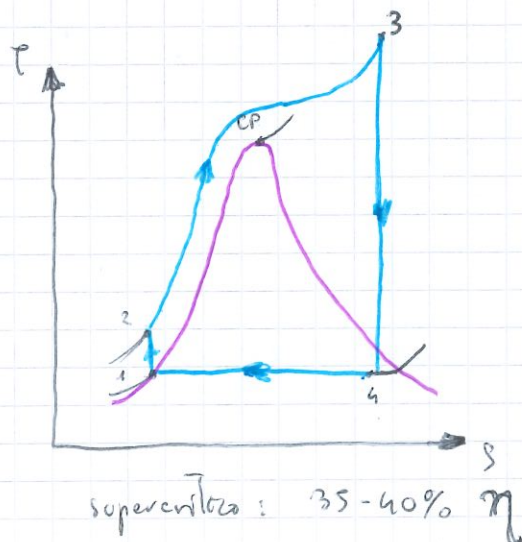
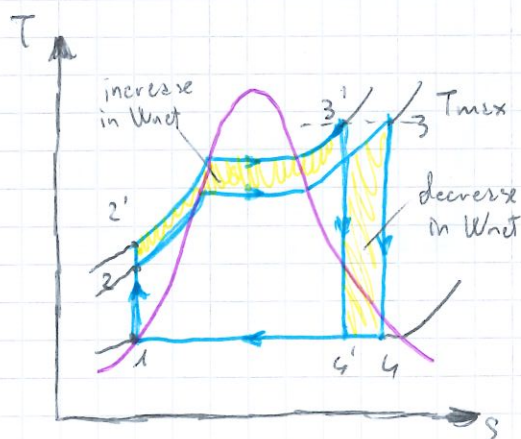
$$\eta_{CP} = \frac{W_s}{W_{sa}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

$$\eta_T = \frac{W_{ta}}{W_s} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{2s}}$$



Come posso AUMENTARE / MASSIMIZZARE un ciclo Rankine? Per tale scopo dovremo "aumentare l'integrale", in tali modi

- Abbassamento di P al condensatore, tuttavia il problema sarebbe la bilese, ovvero str liquido che vapore in turbine (= corrosione delle pale)
- Surrisaldamento del vapore ad alta Temperatura, ciò diminuirebbe il contenuto di fase liquida in turbine ma presenta comunque il limite di resistenza dei materiali costituenti l'impianto ( $T_{max} 620^\circ C$ )
- Aumento la pressione in caldaia, comporta e aumento di conseguenza la temperatura, tuttavia andrei nello stato 4' con miscela bifasica quindi esendo e risuldo per trovarmi fuori della campana di saturazione con una seconda turbina



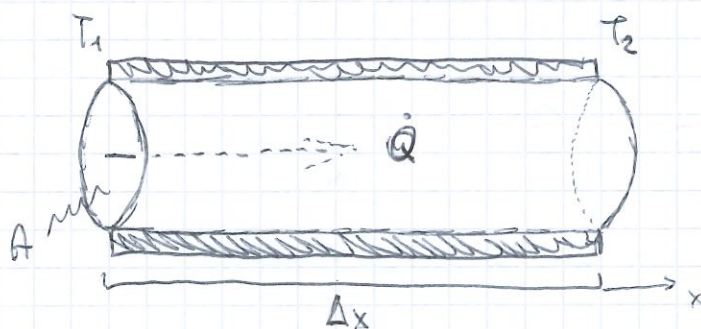


# TRASMISSIONE DI CALORE PER CONDUZIONE

Trattiamo i meccanismi di trasferimento del calore:

- CONDUZIONE:** Trasferimento di energia in presenza di un gradiente di temperatura in un mezzo stazionario, solido o fluido. È uno scambio tra particelle più energetiche e meno energetiche.
- CONVEZIONE:** si ha tra una superficie e un fluido in movimento i quali si trovano a temperature differenti.
- IRRAGGIAMENTO:** Tramite emissione di onde elettromagnetiche (fotoni).

Introduciamo ora il **Postulato di Fourier**: la trasmissione del calore avviene nel senso del gradiente negativo della temperatura, ovvero dalle zone CALDA a quelle più FREDDA, in accordo con il secondo principio della Termodinamica.



$$\dot{Q} \propto \Delta T (= T_2 - T_1)$$

$$\dot{Q} \propto A$$

$$\dot{Q} \propto \frac{1}{\Delta x} \quad \downarrow$$

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Il fattore di proporzionalità è detto **coefficiente di conduzione termica**  $\lambda$ , tale coefficiente è caratteristico del materiale:  $[\lambda] = \left[ \frac{W}{mK} \right]$

In termini infinitesimali:

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Introduciamo la **diffusività termica**: un buon conduttore, in regime non stazionario, oltre che ad essere conduttore deve essere poco denso e con basso calore specifico per trasmettere più calore possibile.

$$\alpha = \frac{\text{calore trasmesso per conduzione}}{\text{calore immagazzinato}} = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

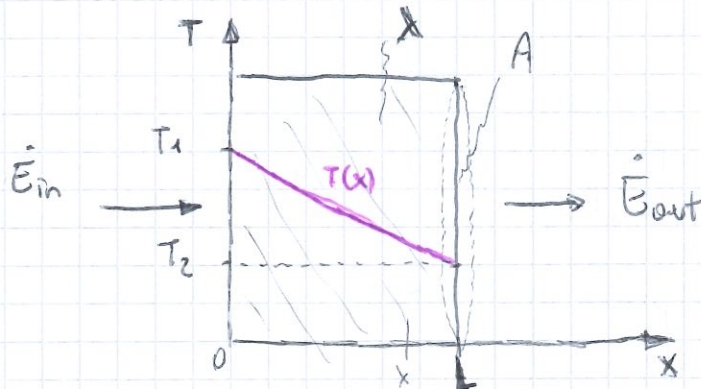


Osserviamo la conduzione termica stazionaria nelle pareti piane

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = \frac{dE_{pariete}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{out} = \dot{Q}_{cond}$$

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \frac{dT}{dx} \rightarrow \int_0^x \dot{Q}_{cond} dx = - \int_{T_1}^{T(x)} \lambda A dT$$

$$\dot{Q} \cdot x = -\lambda A (T(x) - T_1) \rightarrow T(x) = -\frac{\dot{Q}}{\lambda A} x + T_1$$



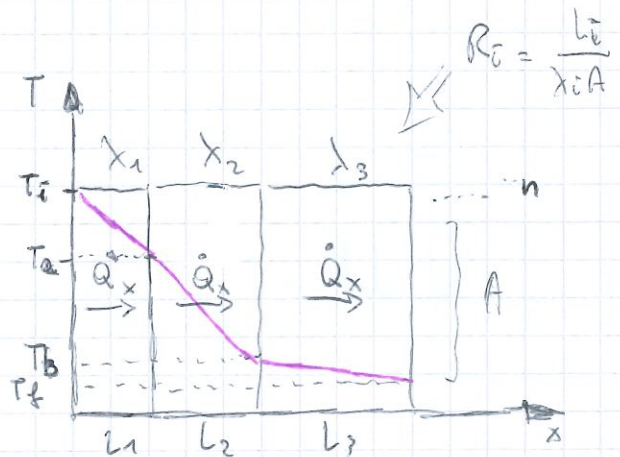
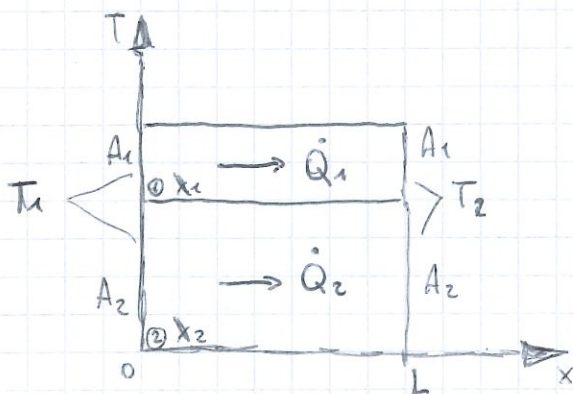
Introduciamo ora il concetto di **resistenza termica** di parete ( $R_p$ )

$$R_p = \frac{L}{\lambda A} \Rightarrow \dot{Q} = \frac{T_2 - T_1}{R_p}$$

Si può fare l'analogo con un circuito elettrico

$$T_2 - T_1 = R_p \dot{Q} \leftrightarrow V_2 - V_1 = R_{el} I$$

Tale analogia serve allo studio "in serie" e "in parallelo" dei sistemi che tratteremo

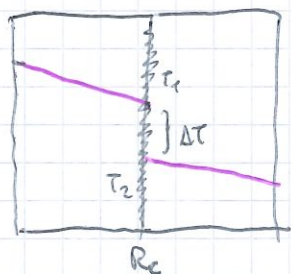


$$\frac{1}{R_{tot}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} ; \dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{tot}}$$

$$R_{tot} = \sum_{i=1}^n R_i ; \dot{Q}_x = \frac{T_1 - T_2}{R_{tot}}$$



Riguardo le pareti in serie, idealmente, non vi saranno perdite di temperatura perché il contatto termico risulterebbe perfetto; tuttavia si sperimenta una caduta di temperatura nei sistemi REALI perché le pareti non aderiscono perfettamente tra di loro.



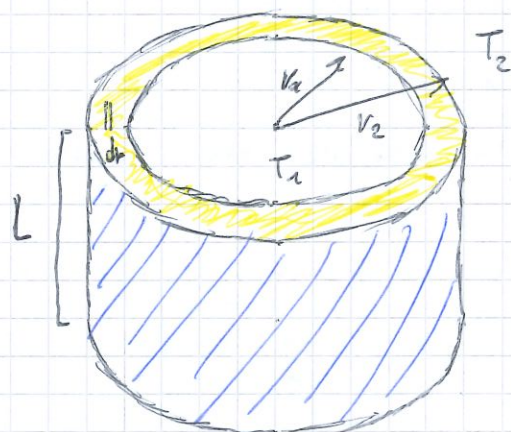
Introduciamo quindi una resistenza detta DI CONTATTO ( $R_c$ ) da mettere in serie alle altre.

$$\Delta T = R_c \dot{Q} \rightarrow R_c = \frac{\Delta T}{\dot{Q}}$$

Per sistemi più complessi si procede analogamente ai problemi di fisica

### CONDIZIONE TERMICA IN CILINDRI E SFERE

Imponiamo l'equazione di Fourier per cilindri



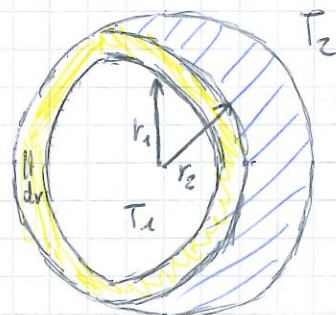
$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dr} \quad \text{dove } A = 2\pi r \cdot L$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{A} dr = - \int_{T_1}^{T_2} \lambda dT$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{2\pi r L} dr \rightarrow \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{cil}}} \quad \text{dove } R_{\text{cil}} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L \lambda}$$

Imponiamo invece ora l'equazione di Fourier per sfere



$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dr} \quad \text{dove } A = 4\pi r^2$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{A} dr = - \int_{T_1}^{T_2} \lambda dT$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{4\pi r^2} dr \rightarrow \frac{\dot{Q}}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \lambda (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{\text{cond, sfera}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{sfera}}} \quad \text{dove } R_{\text{sfera}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi \lambda r_1 r_2}$$



# TRASMISSIONE DI CALORE PER CONVEZIONE

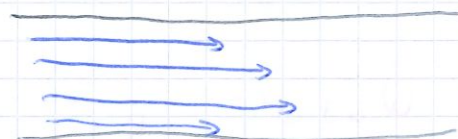
Questa modalità di trasmissione del calore ha luogo quando almeno uno dei due corpi che si scambiano calore è un fluido, il quale è caratterizzato da moto relativo rispetto all'altro corpo con cui scambia calore. Può essere:

- FORZATA
- NATURALE

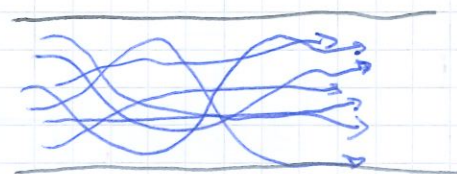
La distinzione tra i due tipi non è netta e spesso nelle situazioni reali coesistono. Nella convezione le modalità microscopiche di trasmissione dell'energia termica sono le medesime che nel caso della conduzione. Essendo però il fluido in moto, al trasporto di energia dovuto alle interazioni molecolari si somma il moto di materia che veicola tale energia nello spazio e nel tempo.

Spesso la regione di spazio in cui si svolge il moto del fluido è delimitata attraverso un campo vettoriale detto CAMPO DI VELOCITÀ  $V(x, y, z, t)$ . Il moto potrà avvenire secondo due modalità:

- **LAMINARE**: il moto del fluido avviene con scorrimento di strati infinitesimi gli uni sugli altri senza alcun tipo di rimescolamento del fluido neanche su scala microscopica



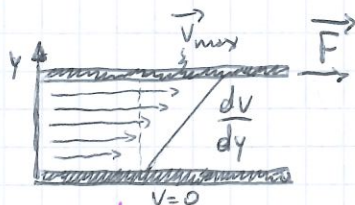
- **TURBOLENTO**: il moto delle particelle del fluido che ne risulta avviene in maniera caotica, senza seguire traiettorie ordinate come nel caso di regime laminare





La forza che, per effetto della viscosità, agisce tangenzialmente su una porzione di lamina di Area  $A$  è

$$F = A \mu \frac{d\vec{v}}{dy}$$



dove  $\mu$  è un coefficiente chiamato viscosità dinamica e  $\frac{d\vec{v}}{dy}$  è il gradiente di velocità in direzione  $y$ . La viscosità cinematica è definita dal rapporto tra la viscosità dinamica di un fluido e la sua densità ed è una misura della resistenza a scorrere di una corrente fluida sotto l'influenza della gravità

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

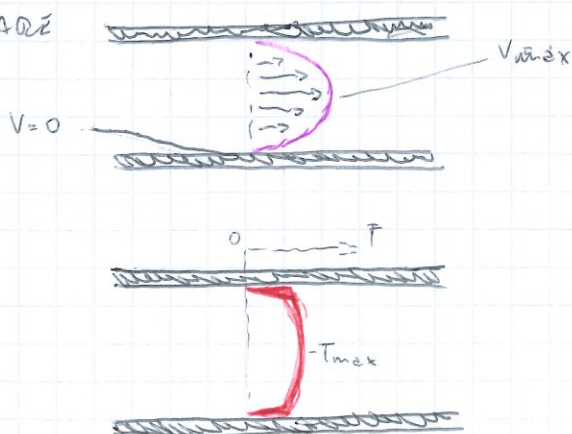
## NUMERO DI REYNOLDS

Del punto di vista fisico tale numero permette di definire se il nostro moto è laminare o turbolento. Il numero di Reynolds è adimensionale e indicato con "Re" definito come

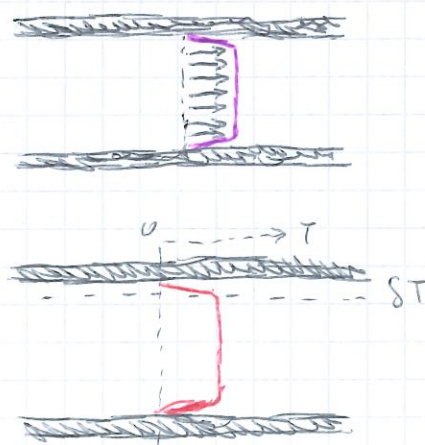
$$Re = \rho \vec{v} \frac{d}{\mu}$$

dove "d" è una lunghezza caratteristica e il prodotto " $\rho \vec{v} d$ " indica le forze di inerzia del fluido mentre " $\mu$ " quelle viscosi che tendono a rallentare il fluido. Indicativamente " $Re < 2000$ " il flusso è laminare e " $Re > 2000$ " il flusso è turbolento, tuttavia useremo il valore  $Re \approx 2300$  come spartacque nell'esame

LAMINARE



TURBOLENTO

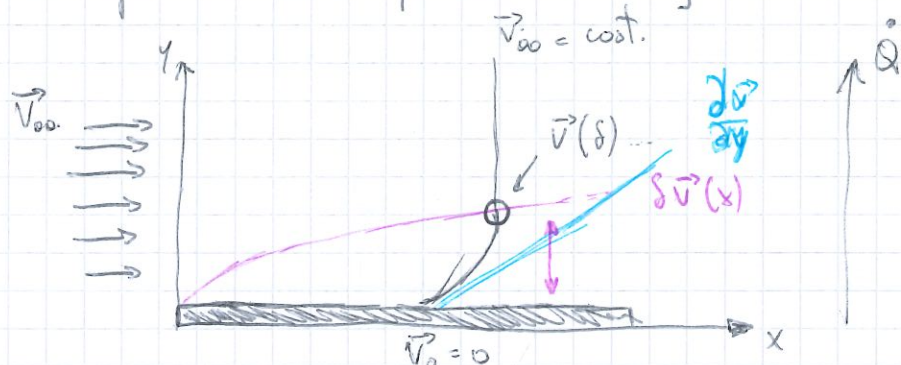




Definiamo ora lo stato limite: all'interfaccia solido-liquido le particelle a diretto contatto con la parete sono praticamente ferme, quindi lo scambio termico della superficie solida allo stato di liquido ad essa immediatamente adiacente avviene per conduzione:  $\left[ \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \right]$  è il gradiente di temp. all'interfaccia

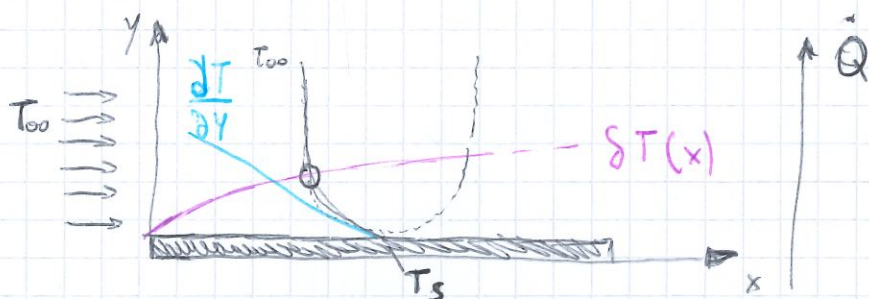
Definiamo le velocità allo stato limite " $\delta$ " come  $\vec{V}_{\infty}$

$$\vec{V}(\delta) = 0,99 \vec{V}_{\infty}$$



Abbiamo visto le velocità e ora  
vediamo le temperature

$$\frac{T_s - T(\delta)}{T_s - T_{\infty}} = 0,99$$



Consideriamo ora i gradienti sia di velocità che di temperatura: poiché a contatto con la parete il liquido è fermo si potrà trattare il problema come CONDUZIONE tramite la legge di Fourier

$$\dot{Q} = -\lambda A \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

dove  $\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$  indica quando  $y=0$ , ovvero quando  $y=0$  è contatto con la parete

Poiché tutti sistemi stazionari verrà anche l'equazione di Newton valida per la convezione, perciò posso calcolare il coefficiente di scambio

$$\dot{Q} = h A (T_s - T_{\infty}) \Rightarrow h_c = \frac{-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_s - T_{\infty}}$$

Tuttavia ci sta ancora il problema nel calcolare il GRADIENTE.



## NUMERO DI PRANDTL

Questo numero è adimensionale e ha un preciso significato fisico nel caso dello sviluppo degli strati limite termico e dinamico a contatto con una superficie, dando una misura di "quanto lontano" dalla parete arriva la perturbazione fluidodinamica o quella termica.

$$Pr = \frac{\text{diffusività molecolare della quantità in moto}}{\text{diffusività molecolare del calore}} = \frac{\text{viscosità cinematica}}{\text{diffusività termica}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

In particolare quando:

- $Pr < 1$  gli effetti termici si estendono a maggior distanza di quelli fluidodinamici
- $Pr > 1$  prevalgono gli effetti fluidodinamici

## LEGGE DI NEWTON PER LA CONVEZIONE

Si consideri un fluido a temperatura  $T_{\infty}$  che si muove a velocità  $\vec{V}$  lungo una superficie di area  $A$  e forma arbitraria. Tale superficie abbia temperatura uniforme  $T_s \neq T_{\infty}$ . La POTENZA TERMICA SCAMBIATA per convezione tra superficie e fluido può essere espressa come

$$\dot{Q} = h A (T_s - T_{\infty}) \quad (h \equiv h_c)$$

dove "h" è il coefficiente di scambio termico locale per convezione (medio),  $[W/(m^2 K)]$ , anche detto di SCAMBIO CONVECTIVO

## NUMERO DI NUSSOLT

È il rapporto, adimensionale, tra calore scambiato per convezione e il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione attraverso uno strato di fluido puro di spessore  $L$

$$Nu = \frac{\dot{Q}_{conv}}{\dot{Q}_{cond}} = \frac{h A \Delta T}{\frac{\lambda A \Delta T}{L}} = \frac{h_c L}{\lambda}$$

Maggior è il suo valore e maggiore è l'influenza del trasporto di massa nello scambio



Il problema principale ora è il calcolo del coefficiente  $h_c$ , e poiché esso non è in funzione di una singola variabile ma di molte il calcolo non sarà semplificabile

$$h_c = h_c(x) \quad (\text{NO})$$

$$h_c = h_c(p, \mu, \vec{V}, L, c_p, \lambda) \quad (\text{SI})$$

ci viene incontro il seguente Teorema

## TEOREMA DI BUCKINGHAM

Tale teorema ci dice che se mettiamo in relazione tre variabili allora possiamo calcolare  $h_c$ . Abbiamo così a disposizione i vari numeri in modo tale da trovare un'equazione che li legni, del tipo

$$\neq \quad Nu = C \cdot Re^\alpha \cdot Pr^\beta \quad (\alpha, \beta = m, n)$$

In generale questo teorema ci dice che, consideriamo " $\Pi$ " una variabile casuale, " $n$ " sono le grandezze in gioco e " $m$ " le grandezze fondamentali ( $L, m, t, T$ ), il fenomeno può essere trattato in termini di " $n-m$ " gruppi adimensionali legati tra loro da una relazione come:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Pi_1 = F'(\Pi_2, \dots, \Pi_{n-m})$$

$$h = f'(p, \mu, \vec{V}, L, c_p, \lambda) \quad \rightarrow \quad h = C \cdot p^a \mu^b \vec{V}^c L^d c_p^e \lambda^f$$

Se poi scriviamo al posto di ogni variabile la sua RELAZIONE DIMENSIONALE, ad esempio " $[p] = [\text{massa}/\text{volume}] = [M/L^3]$ ", si ricava un sistema di 4 equazioni in 6 variabili e, raggruppando, ci si riconduce a  $\neq$  dove avremo " $C = \text{costante}$ " e " $\alpha, \beta = \text{costanti}$ " tipiche di ogni sistema termodinamico e trovabili semi-empiricamente

ES:

$$\left. \begin{aligned} Nu_x &= \frac{h_x x}{\lambda} = 0,332 Re^{1/2} Pr^{1/3} \\ Nu_x &= \frac{h_x x}{\lambda} = 0,0236 Re^{4/5} Pr^{1/3} \end{aligned} \right\} \text{ su lastre piane } \begin{cases} \text{flusso LAMINARE} \\ \text{flusso TURBOLENTO} \end{cases}$$



## LA CONVEZIONE NATURALE

Nella convezione naturale, il moto del fluido è dovuto alla presenza di **forze di galleggiamento**, cioè alla contemporanea presenza di un campo di forze di volume (es. gravitazionali) e al gradiente di densità del fluido. Le forze di inerzia e quelle viscose restano importanti, ma il ruolo principale è dovuto a quelle di galleggiamento.



Il regime di flusso in convezione naturale è governato da un numero adimensionale, detto **numero di Grashof**, pari al rapporto tra la forza di galleggiamento e la forza viscosa agenti sul fluido.

$$Gr = \frac{\text{forza di galleggiamento}}{\text{forza viscosa}} = \frac{g \Delta \rho V}{\rho \nu^2} = \frac{g \beta \Delta T V}{\rho \nu^2} = \frac{g \beta (T_s - T_{\infty}) \delta^3}{\nu^2}$$

dove: " $g$ " accelerazione di gravità, " $\beta$ " coeff. di dilatazione cubica, " $T_s$ " temperatura superficiale, " $T_{\infty}$ " temperatura del fluido lontano dalla superficie, " $\delta$ " lunghezza caratteristica della geometria, " $\nu$ " viscosità cinematica del fluido.

Similmente al numero di Reynolds nella convezione forzata, il numero di Grashof fornisce il principale criterio per stabilire in convezione naturale se il flusso è laminare o turbolento. In lastra piana verticale, ad esempio:

$$Gr < 10^9 \quad \text{LAMINARE} \quad ; \quad Gr > 10^9 \quad \text{TURBOLENTO}$$

Questo numero può tornare utile per calcolare il coefficiente di scambio termico " $h_c$ " sostituendolo al Reynolds nella seguente

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

$$Nu = \frac{h_c \delta}{\lambda} = C (Gr Nu)^n = C Ra^n$$



dove "Ra" è il **numero di Rayleigh**, ovvero il prodotto dei numeri di Grashof e di Prandtl

$$Ra = Gr Pr = \frac{g \beta (T_s - T_{\infty}) \delta^3}{\nu^2} Pr$$

In fenomeni fisici più complessi ci sarà una situazione a metà tra la convezione forzata e quella naturale, quindi si combineranno le equazioni e i numeri

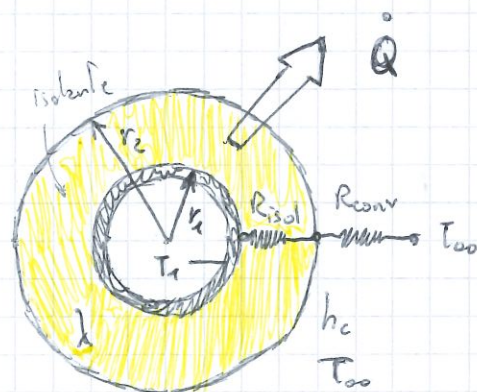
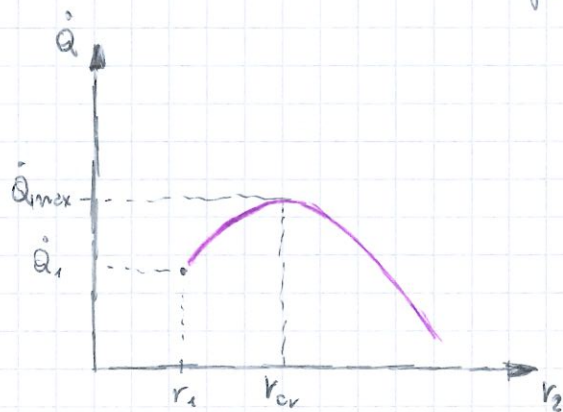
$$Nu = f(Gr, Re, Pr) \rightarrow Nu = C \cdot Re^a Gr^b Pr^c$$

Introduciamo il **coefficiente di scambio termico globale**, anche detto **TRASMITTANZA**. È espresso come  $[W/m^2K]$  e viene definito come espressione analoga alla legge di Newton:

$$\dot{Q} = UA(T_{\infty 1} - T_{\infty 2}) = UA\Delta T \quad ; \quad R_{tot} = \frac{1}{UA}$$

La resistenza termica è indicata qui e la trasmittanza può essere valutata in modo sperimentale, fissando un'area di riferimento e utilizzando l'equazione sopra descritta.

Per finire introduciamo il **raggio critico di isolamento**, ovvero il valore di "r<sub>2</sub>" tale da avere la massima trasmissione di calore e si ottiene uguagliando a zero la derivata di  $\dot{Q}$  fatta rispetto a r<sub>2</sub>:



$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{R_{isol} + R_{conv}} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda} + \frac{1}{h(2\pi r_2 L)}}$$

$$r_{cr, cil} = \frac{\lambda}{h}$$



## TRASMISSIONE DI CALORE PER IRRAGGIAMENTO

L'irraggiamento è un processo che consente la trasmissione di calore tra oggetti, con  $\Delta T \neq 0$ , quando questi non sono a contatto. È dovuto alla propagazione delle onde elettromagnetiche (anche nel vuoto). L'intensità dell'emissione dipende dalla temperatura e dalla superficie dei corpi e, come per la luce, il **calore irraggiato** viene emesso sotto forma di quantità discrete di energia dette QUANTI e può essere descritto dalla teoria delle onde elettromagnetiche.

Una radiazione elettromagnetica è caratterizzata da tre parametri fondamentali: lunghezza d'onda " $\lambda$ ", la frequenza " $\nu$ ", la velocità di propagazione nel mezzo " $c_0$  per la luce" ridotta a " $n$ " che è l'indice di rifrazione del mezzo

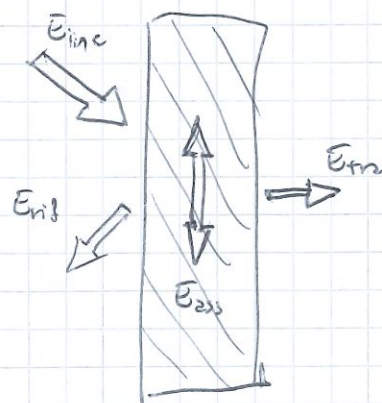
$$\lambda \nu = \frac{c_0}{n}$$

Per il principio di conservazione dell'energia:

$$E_{inc} = E_{rif} + E_{ass} + E_{tra}$$

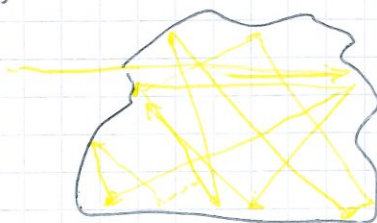
$$\frac{E_{inc}}{E_{inc}} = \frac{E_{rif}}{E_{inc}} + \frac{E_{ass}}{E_{inc}} + \frac{E_{tra}}{E_{inc}}$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$



ovvero i fattori di assorbimento, riflessione e trasmissione ( $\alpha, \rho, \tau$ ).

Per semplificare i problemi si è introdotto il concetto del **corpo nero** ovvero un oggetto IDEALE che assorbe tutta la radiazione elettromagnetica incidente senza rifletterla ( $\tau = 0$ )





Si può visualizzare il corpo nero o come perfetto assorbitore ( $\alpha = 1$ ) o come perfetto emettitore ( $\epsilon = 1$ ).

L'emissione di radiazione di un corpo nero è regolata dalla legge di **Stefan - Boltzmann**, ovvero:

$$\dot{Q} = \sigma A_s T_s^4$$

dove  $A_s$  è l'area della superficie e  $T_s$  è la temperatura della superficie (in K) mentre  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$ ).

Se ricordiamo che il corpo nero ricevente emette anch'esso una potenza termica e che l'irraggiamento dipende dall'incidenza delle onde con la superficie ricevente; in più un corpo nero irradia in tutte le direzioni quindi si introduce un **fattore di vista** ( $F_{ij}$ ) dato come il rapporto dell'energia ricevuta da "j", emessa da "i", e l'energia totale emessa da "i".

$$\dot{Q} = A_i F_{i,j} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

Una proprietà di questi fattori di vista è la reciprocità:

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

Definiamo ora l'**EMISSIVITÀ**, ovvero ( $\epsilon$ ) il rapporto tra la radiazione emessa e quella emessa da un corpo nero alla stessa temperatura. Può variare in base alla lunghezza d'onda e alla direzione della radiazione emessa.

$$\epsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4}$$



Definiamo ora il **corpo grigio** ovvero un corpo che emette, ad una data temperatura, come un corpo nero ma con intensità che sta a quella del corpo nero in rapporto costante:

$$\epsilon = \frac{E}{E_n} = \frac{E}{\sigma_0 T^4}$$

Perciò il suo calore emesso sarà

$$\dot{Q} = A \epsilon \sigma T_s^4$$

### LA LEGGE DI KIRCHHOFF

L'emissività emisferica totale di una superficie alla temperatura  $T$  è uguale al coefficiente di assorbimento emisferico totale per radiazione proveniente da un corpo nero alla stessa temperatura

$$\epsilon(T) = \alpha(T)$$



## MISCELA DI GAS E VAPORE: L'ARIA ATMOSFERICA

Analizzando il comportamento  $P$ - $V$ - $T$  della miscela di gas ideali scriviamo alcune leggi:

- **Legge di Dalton:** la pressione di una miscela, a date " $T$ " e " $V$ ", è uguale alla somma delle pressioni dei singoli gas a tale " $T$ " e " $V$ ".

$$P_m = \sum_{i=1}^K P_i(T_m, V_m)$$

- **Legge di Amagat:** il volume di una miscela, a date " $T$ " e " $P$ ", è uguale alla somma dei volumi dei singoli gas a tale condizione

$$V_m = \sum_{i=1}^K V_i(T_m, P_m)$$

- **Legge di Gibbs:** per una miscela di GAS IDEALI, le proprietà di un gas non vengono influenzate da quelle degli altri, e ogni componente della miscela si comporta come se esistesse da solo alla temperatura e volume di miscela

$$U_m = \sum_{i=1}^K U_i = \sum_{i=1}^K m_i u_i = \sum_{i=1}^K n_i \bar{u}_i$$

$$H_m = \sum_{i=1}^K H_i = \sum_{i=1}^K m_i h_i = \sum_{i=1}^K n_i \bar{h}_i$$

$$S_m = \sum_{i=1}^K S_i = \sum_{i=1}^K m_i s_i = \sum_{i=1}^K n_i \bar{s}_i$$

Facciamo una distinzione tra aria secca e umida, la seconda contiene una certa quantità di vapor d'acqua. L'aria secca può essere considerata una miscela di gas ideali, con " $C_p = 1,005 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ " con  $-10^\circ\text{C} < T < 50^\circ\text{C}$ .  
La variazione di ENTALPIA sarà: Poiché vale " $PV = RT$ ":

$$\Delta h_{\text{dry air}} = C_p \cdot \Delta T$$

$$P = P_a + P_v$$

aria secca                      vapore



Dato che " $H = H_a + H_v$ " Troviamo, considerando " $H_v = m_v h_v$ ", l'entropia specifica del vapore:

$$\text{con } h_v(0^\circ\text{C}) = 2500,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \rightarrow h_v(T) = 2500,8 + c_p T = 2500,8 + 1,82 T$$

Per trovare il BILANCIO DI MASSA di un tale sistema si introduce il concetto di UMIDITÀ. Vediamo prima l'umidità assoluta

$$w = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = 0,622 \frac{P_v}{P_a}$$

Invece l'umidità relativa ovvero il rapporto tra la massa di vapore contenuta nell'aria e la massa del vapore che sarebbe nell'aria SATURA, a quella temperatura ( $m_g$ )

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v V / R_v T}{P_g V / R_g T} = \frac{P_v}{P_g} = \frac{P_v}{P_{\text{sat}@T}}$$

Vediamo ora la relazione tra le due umidità:

$$\phi = \frac{w P}{(0,622 + w) P_g} \quad \text{e} \quad w = \frac{0,622 \phi P_g}{P - \phi P_g}$$

Ricordiamoci inoltre che per trovare l'entropia specifica della miscela si usa

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a}{m_a} h_a + \left( \frac{m_v}{m_a} \right) h_v = h_a + w h_v$$

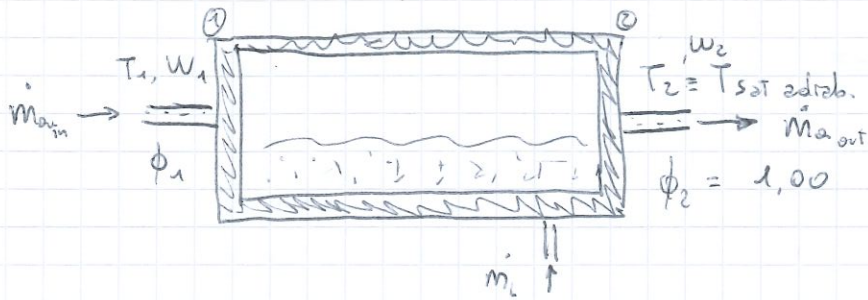
Introduciamo ora un paio di definizioni sulla temperatura:

- Temp. di bulbo secco: è la temp. ordinaria dell'aria atmosferica, misurata con un normale termometro
- Temp. di raggiata: è la temp. alla quale inizia la condensazione del vapore quando l'aria viene raffreddata lungo un'isobara ( $P = \text{cost}$ )

$$T_{dp} = T_{\text{sat}@P} \quad (dp = \text{dew-point})$$



- Temp. di saturation adiabatic: è la Temp. del flusso d'aria in uscita saturata adiabaticamente



BILANCI DI MASSA

$$\dot{m}_{a,in} = \dot{m}_{a,out} = \dot{m}_a$$

$$\dot{m}_{w,1} + \dot{m}_L = \dot{m}_{w,2}$$

$$\dot{m}_L = \dots = (w_2 - w_1) \dot{m}_a$$

BILANCIO ENTALPICO:  $h_1 + (w_2 - w_1) h_{w,2} = h_2$   $\rightarrow$   $w_2 = \frac{0,622 \phi \frac{P_{r2}}{P_2 - \phi P_{r2}}}{1}$

si ottiene  $w_1 = \frac{c_p (T_2 - T_1) + w_2 h_{w,2}}{h_{v,1} - h_{v,2}}$

- Temp. di bulbo umido: è la temperatura misurata quando l'aria viene fatta scorrere attraverso il bulbo umido, ovvero il bulbo di un termometro coperto da del cotone imbevuto d'acqua. In questo modo si ottiene un sistema approssimativamente adiabatico

## IL DIAGRAMMA PSICROMETRICO

Un diagramma che fornisce le proprietà dell'aria umida, utile nella rappresentazione e dimensionamento dei processi di riscaldamento/raffreddamento e umidificazione

