METODO SCIENTIFICO

lunedì 19 settembre 2022 17:38

È un approccio intellettuale per **selezionare le idee** sul funzionamento della natura

Questo metodo è **suddiviso per punti**:

1. Caratterizzazione di un fenomeno
   isolare il più possibile il fenomeno che si vuole studiare
   es → SE VOGLIO STUDIARE IL MOTO DI UNA PALLINA IL COLORE E' TRASCURABILE

(1564 - 1642)

2. Raccolta di osservazioni

3. Formulazioni ipotesi
   Provare a spiegare il fenomeno

NB E se ho fatto più ipotesi, Come faccio a selezionarle?

↓

In questi casi uso **il rasoio di Occam** che consiste nel **utilizzare le ipotesi più semplici**

4. Deduzione di conseguenze
   Con la mia ipotesi **devo poter spiegare anche altri fenomeni** della stessa natura
   es → FUNZIONE DI UN ORBITA DI UN PIANETA x DIVERSA DA QUELLA DEL PIANETA y

5. Preparazione di esperimenti
   Per verificare le conseguenze della mia ipotesi

6. Esecuzione degli esperimenti
   Devono essere <u>ripetibili e riproducibili</u> → E' FONDAMENTALE
   es → OROSCOPO

NB "La scienza dice ciò che è falso, non ciò che è vero"
Il metodo scientifico si basa sul confronto tra ipotesi e osservazioni

LA SCIENZA

lunedì 19 settembre 2022 17:38

Le caratteristiche principali della scienza sono:

- **Non è autoritaria**
  Ovvero, non riconosce l'autorità di chi parla
- **Non è democratica**
  Ovvero, un affermazione non è valida solo perché sostenuta dalla maggioranza

Definizione

La scienza ha come **obiettivo quello di individuare relazioni matematiche tra grandezze Osservabili che caratterizzano uno o più fenomeni**

Il processo con il quale si osservano quantitamente queste grandezze si chiama **processo di misura**

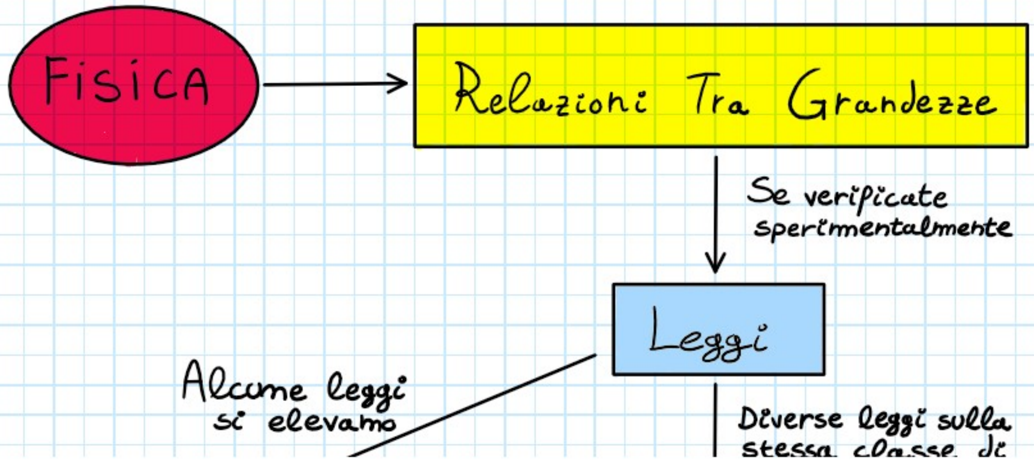
Per tale processo occorre:

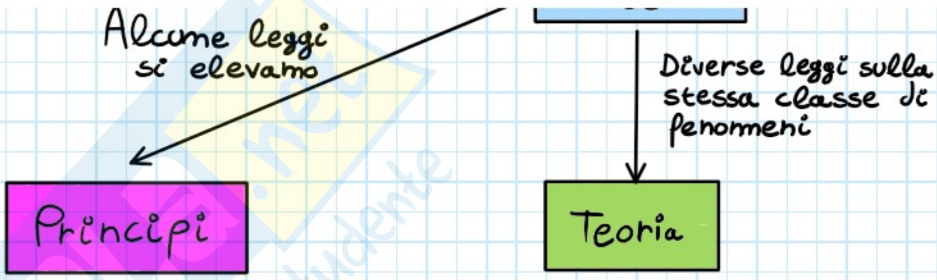
1. **Definire le grandezze in maniera operativa**
2. **Unità di misura e grandezze INDEFINIBILI**, queste ultime in particolare sono 3:

- Massa [Kg]
- Tempo [s]
- Lunghezza [m]

Unità di misura nel sistema internazionale (MKS)

SCHEMA RIASSUNTIVO:




Alcune leggi si elevamo
Diverse leggi sulla stessa classe di fenomeni
Principi
Teoria

Scalari e Vettori

lunedì 19 settembre 2022 22:10

Le grandezze si possono dividere in 2 tipologie:

1. Scalari

- Vengono definite in maniera univoca da un numero
- Seguono la relazione d'ordine propria dei numeri reali
  Ovvero, si possono mettere in una scala

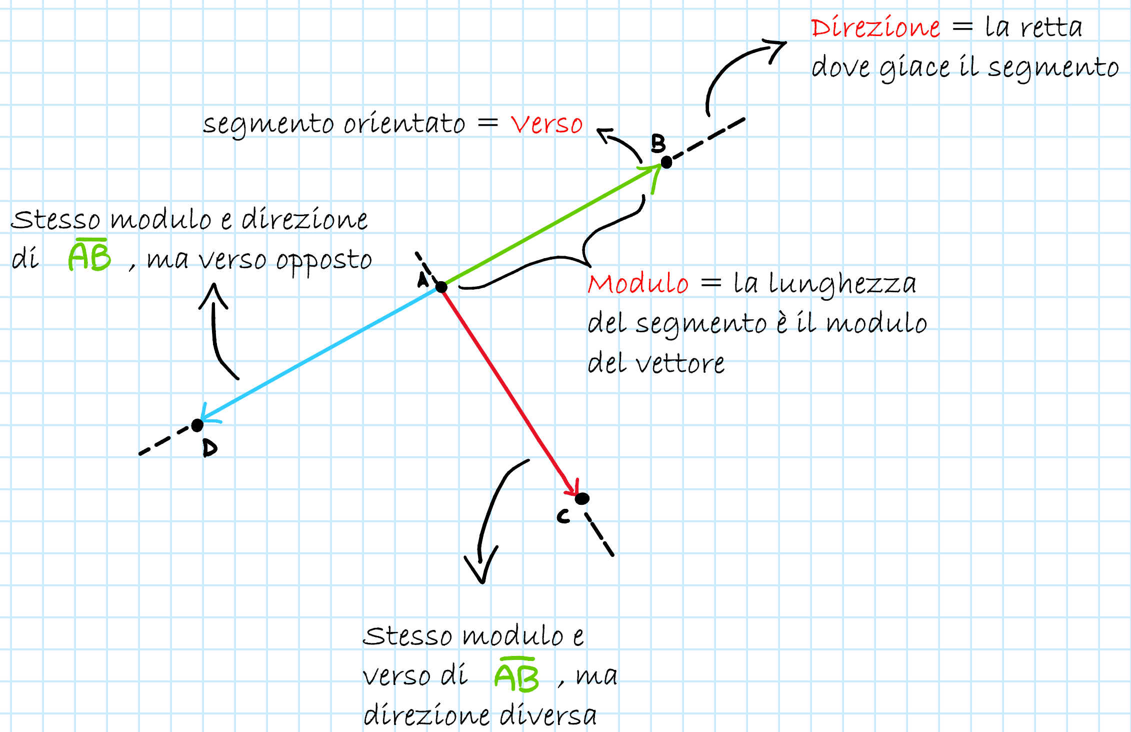
es → TEMPERATURA
↳ LUNGHEZZA
↳ MASSA
↳ TEMPO

- Seguono l'algebra ordinaria

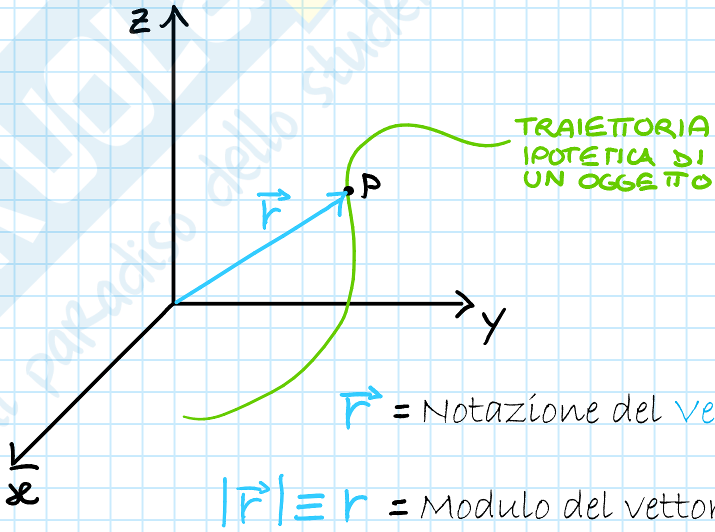
2. Vettori

- Vengono definite univocamente da:
  - Modulo
  - Direzione
  - Verso
  - Punto di applicazione

- Non è immediato stabilire una relazione d'ordine



NB Per vedere se due vettori sono uguali devono avere stesso modulo stesso sverso e stessa direzione



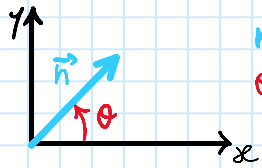
$\vec{r}$ = Notazione del Vettore

$|\vec{r}| \equiv r$ = Modulo del vettore (SCALARE)

Simbolo d'identità } Serve per rendere identiche due notazioni diverse

IMP In uno spazio bidimensionale servono almeno due numeri per poter definire un vettore

es



n (MODULO)

θ (ANGOLO) $\longrightarrow$ è l'angolo che forma $\vec{n}$ con un asse di riferimento

In uno spazio tridimensionale invece ne serviranno tre; e così via al aumentare delle dimensioni dello spazio

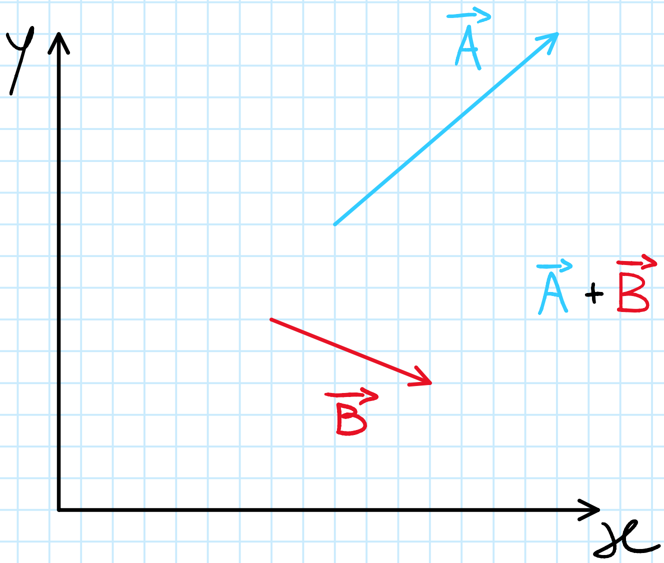
Operazioni con i vettori 1

martedì 20 settembre 2022 19:15

Dopo aver spiegato cos'è e come si definisce un vettore vediamo come si fanno le operazioni con i vettori.
La stessa operazione si può svolgere con metodi diversi a seconda della dimensione in cui stiamo lavorando

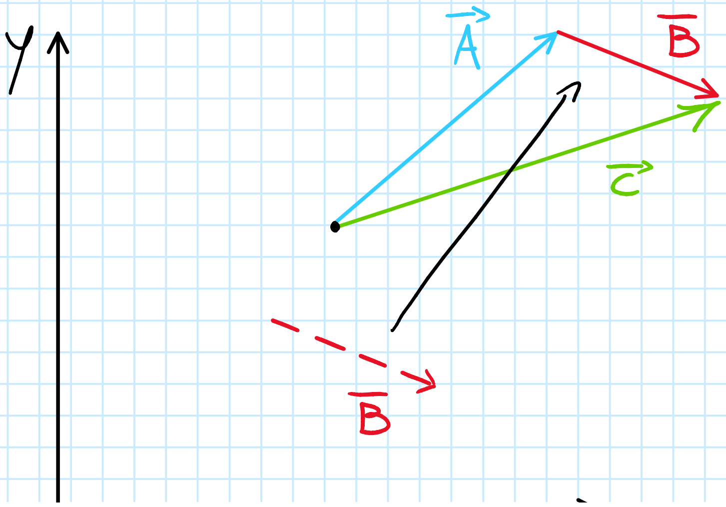
Somma (grafica) di vettori

Ipotizziamo di avere due vettori su un piano bidimensionale

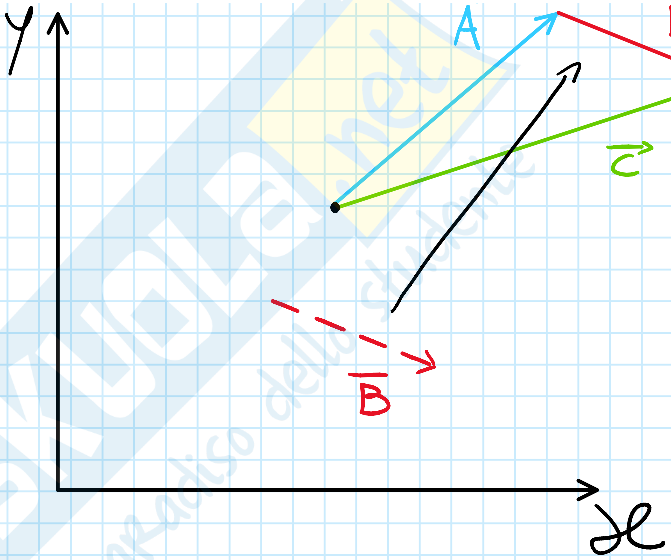


$\vec{A} + \vec{B} = ??$

Utilizziamo il metodo punta-coda, ovvero sposto il vettore $\vec{B}$ in modo che la sua coda coincida con la punta del vettore $\vec{A}$



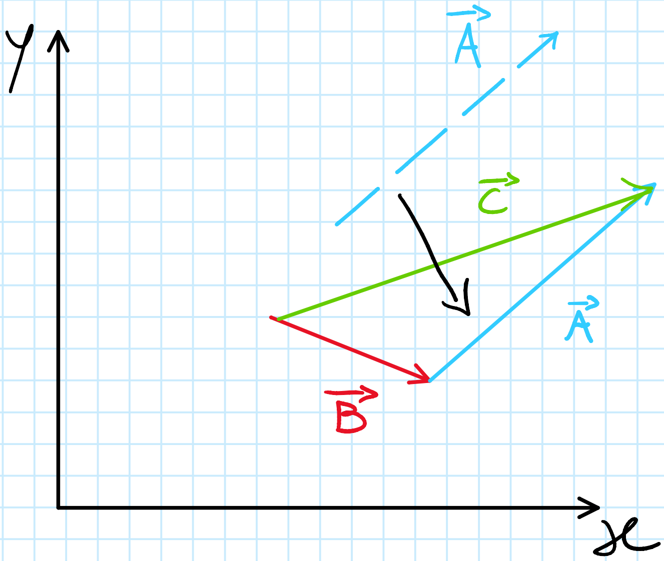
Il vettore risultante ($\vec{C}$) è detto vettore somma



Il vettore risultante ($\vec{C}$) è detto vettore somma

Questa operazione gode della proprietà commutativa

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ e' uguale a $\vec{B} + \vec{A} = \vec{C}$



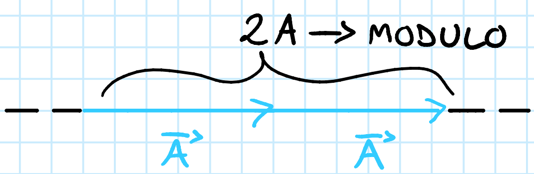
Inoltre questa operazione gode della proprietà associativa

$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{D}$ e' uguale a $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{D})$

Prodotto scalare-vettoriale

Consideriamo la somma $\vec{A} + \vec{A} = \vec{B} = 2\vec{A}$

Scalare × Vettoriale



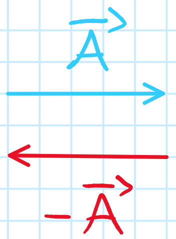
Generalizziamo questa operazione a un n° scalare qualsiasi
$\varkappa \in \mathbb{R}$

$$\vec{B} = \underbrace{\varkappa}_{\text{SCALARE REALE}} \vec{A}$$

- Stessa direzione di $\vec{A}$
- Verso
  - se $\varkappa > 0 \Rightarrow$ STESSO VERSO DI $\vec{A}$
  - se $\varkappa < 0 \Rightarrow$ VERSO OPPOSTO AD $\vec{A}$

es

se $\varkappa = -1 \Rightarrow \vec{B} = -1\vec{A} = -\vec{A}$ VETTORE UGUALE E OPPOSTO



$$\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{\emptyset}$$

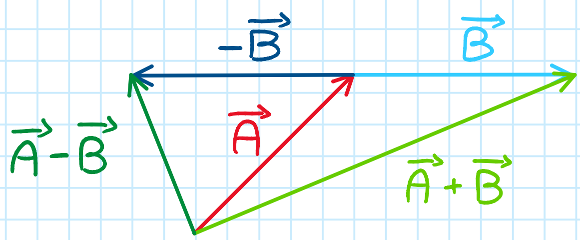
Questa notazione indica un vettore nullo, ovvero un vettore con un modulo nullo

Sottrazione tra vettori

Analogamente a come abbiamo visto con li prodotto scalare possono considerare il secondo addendo come un prodotto tra il vettore e -1

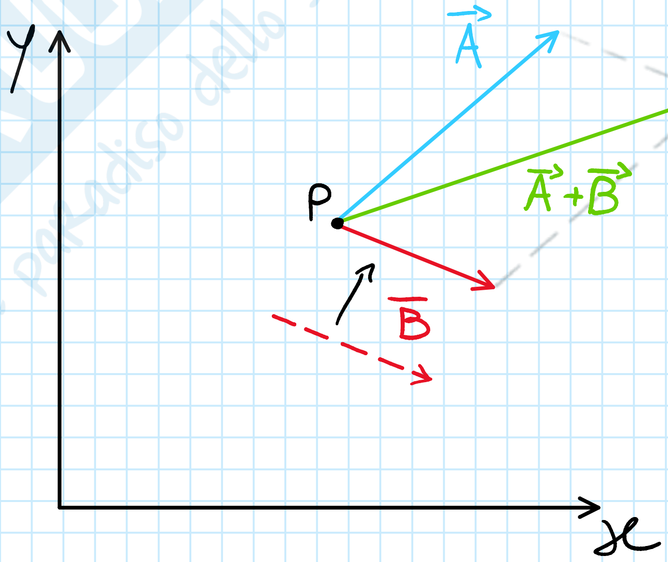
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{A} + (-1 \cdot \vec{B})$$

Scalare × Vettoriale



Ora vediamo un altro modo per vedere la somma tra vettori

Per fare questa operazione utilizziamo il metodo del parallelogramma



Questo metodo consiste nel portare i due vettori nello stesso punto di applicazione (P) e successivamente tracciare le parallele del vettore sulla punta del vettore opposto

Operazioni con i vettori 2

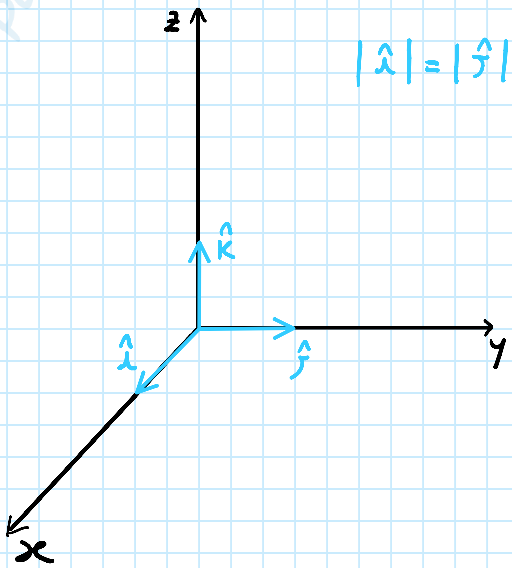
venerdì 23 settembre 2022 20:08

Versori e scomposizione di vettori

Partiamo definendo cos'è un versore

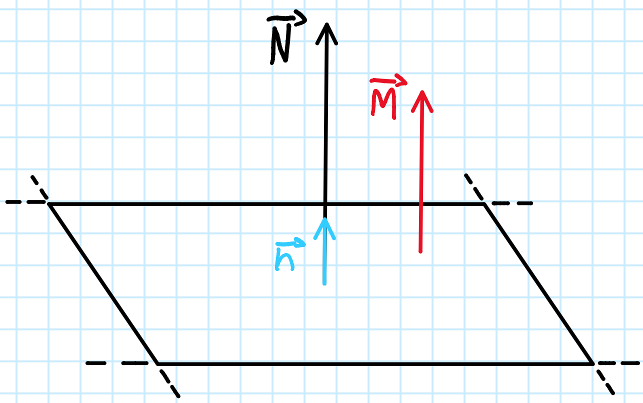
Definizione

Un versore è un vettore con modulo unitario e adimensionale, usato per individuare una direzione e un verso



$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$

Vediamo come fare la scomposizione di un vettore utilizzando i versori



$$\vec{N} = |\vec{N}| \cdot \vec{n}$$
$$\vec{M} = |\vec{M}| \cdot \vec{n}$$

Come possiamo vedere questa operazione consiste nel considerare il vettore come il modulo del vettore moltiplicato per il versore con lo stesso verso e direzione

Somma di vettori con metodo analitico

Questa operazione sfrutta l'idea dei versori per sommare i moduli dei singoli vettori sia in bidimensione che in tridimensione

Per rendere più chiaro il concetto facciamo un esempio pratico

es → CONSIDERIAMO I SEGUENTI VETTORI

$$\vec{A} = A_x \cdot \hat{i} + A_y \cdot \hat{j} + A_z \cdot \hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x \cdot \hat{i} + B_y \cdot \hat{j} + B_z \cdot \hat{k}$$

$$\vec{C} = \underbrace{(A_x + B_x)}_{C_x} \cdot \hat{i} + \underbrace{(A_y + B_y)}_{C_y} \cdot \hat{j} + \underbrace{(A_z + B_z)}_{C_z} \cdot \hat{k}$$

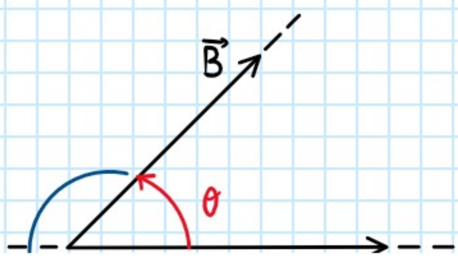
$$C_x \cdot \hat{i} + C_y \cdot \hat{j} + C_z \cdot \hat{k}$$

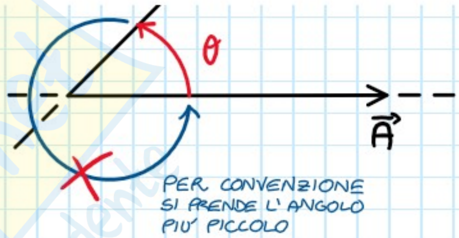
Prodotto scalare tra vettori

Definizione

Dati due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, si definisce prodotto scalare il prodotto dei due moduli dei due vettori moltiplicato per il coseno dell' angolo θ compreso fra i due

$$\underbrace{\vec{A} \cdot \vec{B}}_{\text{SI LEGGE (A/SCALARE/B)}} = A \cdot B \cdot \underbrace{\cos\theta}_{\text{COS DELL' ANGOLO COMPRESO}} \leftarrow \text{SCALARE}$$





Vediamo che gode della proprietà commutativa

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Prodotto vettoriale tra vettori

Definizione

Dati due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, si definisce prodotto vettoriale il vettore $\vec{C}$ che ha:

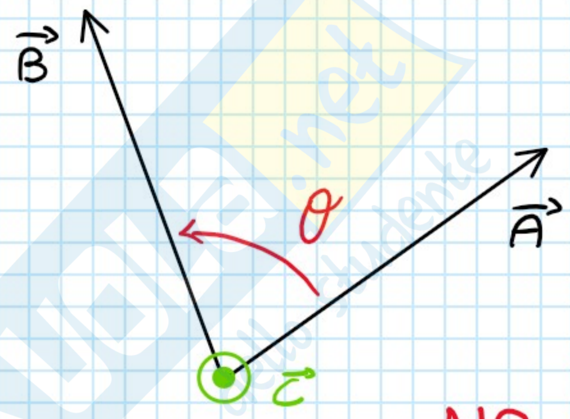
- **Per modulo** il prodotto dei moduli dei due vettori moltiplicato per il seno dell'angolo θ compreso tra i due
- **Per direzione** quella perpendicolare alla parte di piani individuato dai due vettori
- **Per verso** quello della regola della mano destra, ovvero mettendo il primo vettore sull'indice e il secondo vettore sul medio il pollice indicherà il verso del vettore risultante

$$\underbrace{\vec{A} \times \vec{B}}_{\text{SI LEGGE (A/ VETTOR /B)}} = \vec{C}$$

$$|\vec{C}| = A \cdot B \cdot \operatorname{sen}\theta$$

La regola dell'angolo minore vale anche per questa operazione. Inoltre, questa operazione gode della proprietà anti-commutativa

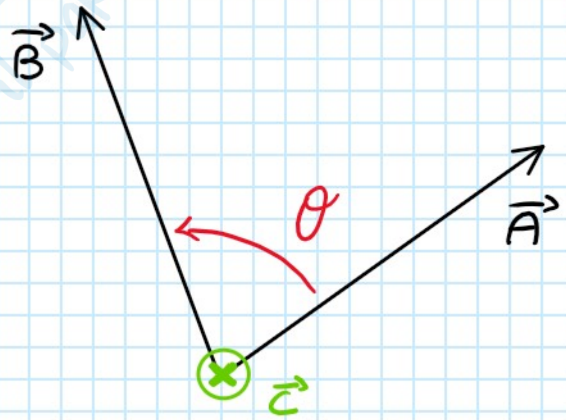
Come rappresentiamo il vettore risultante $\vec{C}$?



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

VETTORE USCENTE ⊙

NB Il vettore risultante è convenzionalmente messo nel punto di intersezione delle direzioni dei due vettori



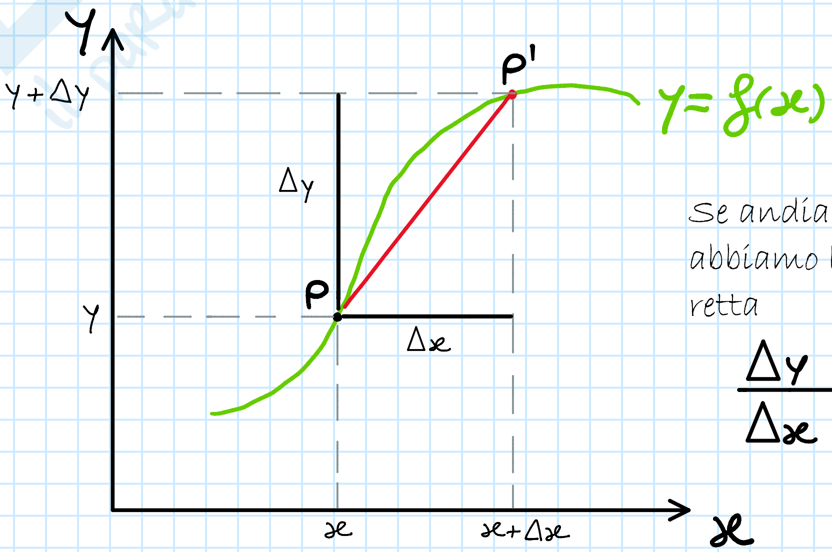
$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

VETTORE ENTRANTE ⊗

Introduzione al calcolo differenziale

domenica 25 settembre 2022 21:17

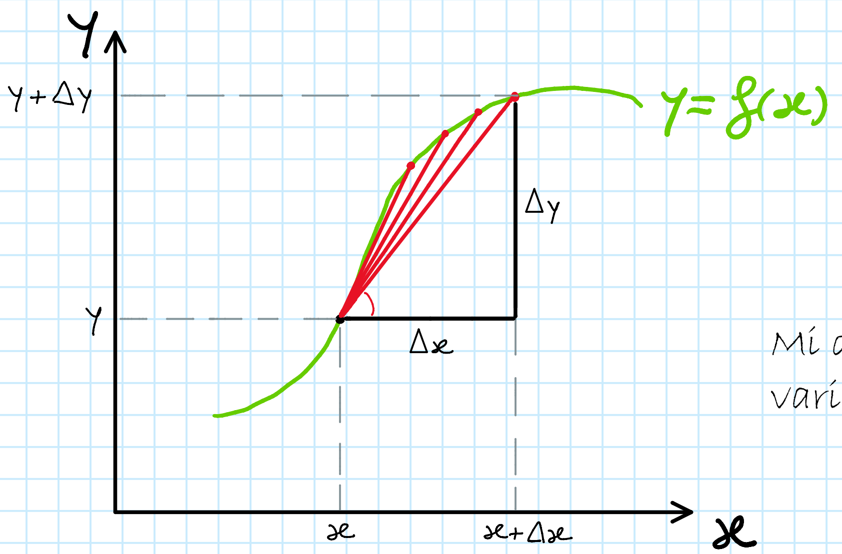
Data una funzione $f(x)$, x si dice variabile indipendente, $y = f(x)$ si dice variabile dipendente



Se andiamo a fare il rapporto abbiamo la pendenza della retta

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{RAPPORTO INCREMENTALE}$$

Per ottenere una retta che sia il più possibile fedele alla nostra funzione andiamo a fare il limite che tende a zero del rapporto incrementale



Mi dice quanto rapidamente varia la mia funzione $y = f(x)$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}$$

NB Più è grande la derivata più la mia funzione $y = f(x)$ varia velocemente

Non è pratico !!!

Infatti esistono delle regole di derivazione che permettono di semplificare di molto il procedimento

- $f(x) = x^n \rightarrow \frac{df}{dx} = n x^{n-1}$
- $f(x) = x^n + x^m \rightarrow \frac{df}{dx} = n x^{n-1} + m x^{m-1}$
- $\frac{d}{dx}\left[f(x) \pm g(x)\right] = \frac{df}{dx} \pm \frac{dg}{dx}$ SOMMA/SOTTRAZIONE TRA DERIVATE
- $\frac{d}{dx}\left[f(x) \cdot g(x)\right] = f(x) \cdot \frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx} \cdot g(x)$ PRODOTTO TRA DERIVATE
- $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x) \cdot \frac{df}{dx} + f(x) \cdot \frac{dg}{dx}}{g(x)^2}$ DIVISIONE TRA DERIVATE

Poniamo di voler fare la derivata di una funzione con più variabili indipendenti

$$f = f(x, y, z)$$

In questo caso ci serve una derivata parziale

$$f = f(x, y) \begin{cases} \text{QUANDO DERIVO IN } x: & \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y_0) - f(x, y_0)}{\Delta x} \\ \text{QUANDO DERIVO IN } y: & \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x_0, y+\Delta y) - f(x_0, y)}{\Delta y} \end{cases}$$

DERIVO IN Y $f'_y = \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$

Indica che questa funzione varia rispetto a più variabili

Calcolo differenziale

domenica 25 settembre 2022 22:59

Ponendo una $f(x)$ prendiamo:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \qquad \frac{df}{dx}$$

RAPPORTO INCREMENTALE — DERIVATA

Successivamente facciamo il limite, tendente a 0, della differenza tra il rapporto incrementale e la derivata

$$\lim_{\Delta x \to 0} \left[\frac{\Delta f}{\Delta x} - \frac{df}{dx} \right] = 0$$

Per Δx "PICCOLO", o meglio dire infinitesimo abbiamo che:

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} - \frac{df}{dx} \simeq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta f - \frac{df}{dx} \cdot \Delta x \simeq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta f \simeq \underbrace{\boxed{\frac{df}{dx} \cdot \Delta x}}_{\text{DIFFERENZIALE DI } f (df)}$$

Se provo ad espandere $f(x)$ in serie di Taylor attorno al punto x ottengo:

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x) \cdot \Delta x + \cancel{\frac{1}{2!} f''(x) \Delta x^2} +$$

$$+ \cancel{\frac{1}{3!} f'''(x) \cdot \Delta x^3 + \dots}$$

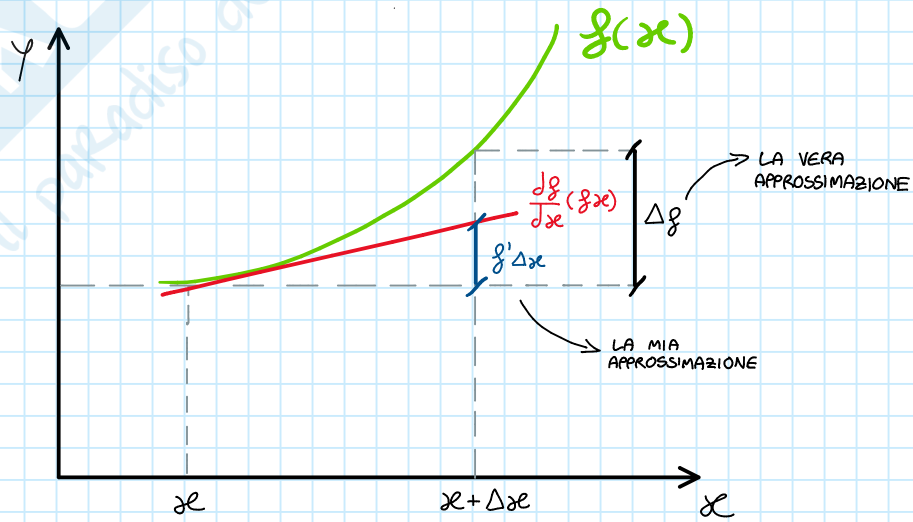
Tengo solo i termini di ordine 0 e 1

Tuttavia tramite questo metodo abbiamo un approssimazione lineare perciò riscriviamo la funzione

$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{f(x+\Delta x) - f(x) \approx f'(x)\cdot \Delta x}$$

APPROSSIMAZIONE ACCURATA PER Δx INFINITESIMALE



Vediamo che è una pessima approssimazione perché l'intervallo Δx è grande

se $\Delta x \to 0$ lo scrivo dx $\Rightarrow$ DIFFERENZIALE DI x

$\Rightarrow df = f'(x)\,dx$ DIFFERENZIALE DI f

Quindi Δf è la vera variazione della funzione $df = f'dx$