

CONVERSIONI

Esercizio

Esprimere nel formato IEEE 754 a 16 bit e in complemento a due a 16 bit il contenuto della locazione

CNT, DEC-14.

IEEE 754

Ecco da cosa è costituito questo formato:

- 1 bit per il segno
- 5 bit per l'esponente
- 10 bit per la mantissa

Siccome abbiamo -14, quindi un numero negativo, il bit relativo al segno sarà 1.

Adesso trasformiamo in binario il suo corrispondente positivo, 14:

14	2	10
7	2	11
3	2	11
1	2	11
0		

$$14_{10} = 1110_2$$



Adesso normalizziamo

$$1110 = 1,11 \cdot 2^3 \rightarrow E = 3 \text{ (=bias)}$$

mantissa

cioè 1100000000

Adesso calcoliamo l'esponente:

$$k = 2^{5-1} - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

$$\text{esponente} = E + k = 3 + 15 = 18 \quad (\text{esponente} = \text{bias} + k)$$

scriviamo
in binario

18	2	10
9	2	11
4	2	10
2	2	10
1	2	11
0		

$$18_{10} = 10010_2$$

Adesso possiamo scrivere -14 nel formato IEEE 754 a 16 bit:

$$1 \ 10010 \ 1100000000$$

*Complemento a due

Per rappresentare -14 in questo formato, dovremo prima rappresentare 14 e poi convertirlo in negativo.

14	r0
7	r1
3	r2
1	r3
0	

$$14_{10} = 1110_2 = 0000 \ 0000 \ 0000 \ 1110_2$$

↓
adesso invertiamo i bit
e sommiamogli 1

$$\begin{array}{cccc} 1111 & 1111 & 1111 & 0001 \\ & & & \uparrow \\ & & & 1 \end{array}$$

$$-14_{10} = 1111 \ 1111 \ 1111 \ 0010_2$$

NEsercizio

Esprimere nel formato IEEE 754 a 16 bit il numero decimale $14,3298$.

Innanzitutto convertiamo in binario la parte intera:

14	r0
7	r1
3	r2
1	r3
0	

$$14_{10} = 1110_2$$

Adesso convertiamo in binario la parte decimale:

$$\left. \begin{array}{l} 0,3298 \cdot 2 = \underline{0,6596} \\ 0,6596 \cdot 2 = \underline{1,3192} \\ 0,3192 \cdot 2 = \underline{0,6384} \\ 0,6384 \cdot 2 = \underline{1,2768} \\ 0,2768 \cdot 2 = \underline{0,5536} \\ 0,5536 \cdot 2 = \underline{1,1072} \\ 0,1072 \cdot 2 = \underline{0,2144} \\ 0,2144 \cdot 2 = \underline{0,4288} \\ \dots \end{array} \right\} 01010100\dots$$

Quindi avremo

$$14,3298_{10} = 1110,01010100\dots$$

Adesso normalizziamo il risultato che abbiamo ottenuto:

$$1110,01010100 = 1,11001010100 \cdot 2^3 \quad E=3 \text{ (=bias)}$$

10 bit della mantissa

Adesso troviamo l'esponente:

$$K = 2^{5-1} - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

$$\text{esponente} = 3 + 15 = 18$$

$$(\text{esponente} = \text{bias} + K)$$

↓
convertiamolo
in binario

18	2	r0
9	2	r1
4	2	r0
2	2	r0
1	2	r1
0		

$$18_{10} = 10010_2$$

Il segno, invece, è 0, perché il numero è positivo.

Quindi avremo:

$$0 \ 10010 \ 1100101010$$

Esercizio

Data la stringa di 16 bit $x = 10010000001111$, esprimere in decimale il numero rappresentato da x considerando sia codificato in:

1) BINARIO

$$\begin{array}{cccc} 15 & 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

↓

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^{10} + 2^{12} + 2^{15} = 37903$$

2) COMPLEMENTO A 2

Siccome il bit più significativo è 1 (il primo bit a sinistra), si tratta di un numero negativo

↓

quindi bisogna convertirlo in positivo sottraendogli 1 e invertendo i bit
poi basta aggiungere il 2^o complemento al numero decimale

1001 0100 0000 1111

12

1001 0100 0000 1110

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 $\approx 2^0 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{11} + 2^{13} + 2^{14} =$
 $= 27633$

↓
 quindi il numero negativo
 sarebbe

-27633

3) IEEE 754:

1001 0100 0000 1111

signo ← 1
 00101
 esponente
 0000001111
 mantissa

signo = 1 \rightarrow si tratta di un numero negativo

esponente = 00101 = $2^0 + 2^2 = 5$

$k = 2^{5-1} - 1 = 15$
 ↓
 numeri
 positivi
 rappresentabili
 con 5 bit

a noi però ci serve
 il bias, cioè il numero
 che si trova come
 esponente di 2 quando
 normalizziamo il numero binario

$1, M \cdot 2^{\text{bias}}$

esponente = bias + k

bias = esponente - k = 5 - 15 = -10

Adesso possiamo scrivere il numero decimale

$-(1, M) \cdot 2^{\text{bias}} = -(1,00000001111) \cdot 2^{-10} =$
 $= -0,0000000001000000001111$
 $= -(2^{-10} + 2^{-17} + 2^{-18} + 2^{-19} + 2^{-20}) = -9,0008908676$
 $= -9,808676 \cdot 10^{-4}$

Esercizio

a 16 bit

Trasformare in formato IEEE 754 i numeri decimali 115 e 52,15625 ed eseguire la somma $115 + 52,15625$ e la differenza $115 - 52,15625$

1) CONVERSIONE

115	2	r1
57	2	r1
28	2	r0
14	2	r0
7	2	r1
3	2	r1
1	2	r1 ↑
0		

$$115_{10} = 1110011_2 = 1,110011_2 \cdot 2^6 \text{ (bias=6)}$$

mantissa
↓
ricordiamoci che
ha 10 bit

1100110000

Adesso calcoliamoci l'esponente

$$k = 2^{5-1} - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

$$\text{esponente} = \text{bias} + k = 6 + 15 = 21$$

21	2	r1
10	2	r0
5	2	r1
2	2	r0
1	2	r1 ↑
0		

$$21_{10} = 10101_2$$

Il bit relativo al segno, invece, è 0, dato che è positivo.

Quindi abbiamo:

$$\underline{115 = 0 \ 10101 \ 1100110000}$$

Adesso convertiamo la parte intera e la parte decimale di 52,15625.

52	2	r0
26	2	r0
13	2	r1
6	2	r0
3	2	r1
1	2	r1 ↑
0		

$$52_{10} = 110100_2$$

$$0,15625 \cdot 2 = 0,3125$$

$$0,3125 \cdot 2 = 0,625$$

$$0,625 \cdot 2 = 1,25$$

$$0,25 \cdot 2 = 0,5$$

$$0,5 \cdot 2 = 1,0$$

$$0,0 \cdot 2 = 0$$

$$0,15625 = 00101_2$$

$$52,15625_{10} = 110100,00101_2$$

$$= 1,1010000101 \cdot 2^5 \quad \text{bias} = 5$$

Adesso calcoliamo l'esponente.

$$k = 2^5 - 1 - 1 = 2^4 - 1 = 15$$

$$\text{esponente} = \text{bias} + k = 5 + 15 = 20$$

20	2	ro
10	2	ro
5	2	ri
2	2	ro
1	2	ri ↑
0		

$$20_{10} = 10100_2$$

Il segno, invece, è pari a 0 perché è positivo

Quindi avremo:

$$52,15625 = 0 \ 10100 \ 1010000101$$

2) 30MMA

$$115 = 0 \ 10101 \ 1100110000$$

$$\text{segno} = 0 = +$$

$$\text{esponente} = 10101_2 = 21_{10}$$

$$52,15625 = 0 \ 10100 \ 1010000101$$

$$\text{segno} = 0 = +$$

$$\text{esponente} = 10100_2 = 20_{10}$$

Possiamo notare che c'è una differenza negli esponenti



quindi bisogna portare l'esponente più basso uguale all'esponente più alto



facciamo la differenza fra gli esponenti

10101-

10100 =

00001 \rightarrow la differenza è di 1 bit

↓
quindi bisogna eseguire
uno shift right di 1 posizione
(o meglio, di 1 bit) sulla
mantissa del numero con esponente
minore

↓
nel fare ciò prendere
in considerazione anche
l'1 prima della mantissa
nella formula

1, M

1,1010000101 \gg 0,1101000010

↓
quindi anche
il bias passa
da 5 a 6

↓
da prendere
in considerazione che
il numero di bit della
mantissa deve rimanere 10

Adesso facciamo la somma tra le mantisse, tenendo
conto, però, anche del numero prima della virgola,
dato che adesso il numero 52,15625 non ha più l'1
prima della virgola nella formula 1, M

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ + \\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ = \\ \hline \end{array} \quad (1+1=10)$$

10,1001110010

↓
questo è \rightarrow quindi dobbiamo normalizzare il
un overflow risultato così da avere $1, M \cdot 2^E$

$$10,1001110010 \cdot 2^6 = 1,0100111001 \cdot 2^7 \quad \text{bias}=7$$

↖
va cancellato
perché la mantissa
deve avere 10 bit

↓
adesso bisogna
cambiare anche
l'esponente

$$\text{esponente} = \text{bias} + k$$

$$\text{esponente} = 7 + 15 = 22$$

Il risultato della somma è:

0 10110 0100111001

$$\begin{array}{r|l} 22 & 2 \\ \hline 11 & 2 \end{array} \quad r_0$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \hline 5 & 2 \end{array} \quad r_1$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \hline 22 & 10 \end{array} \quad 22_{10} = 10110_2$$

$$\begin{array}{r|l} 22 & 10 \\ \hline 11 & 2 \end{array} \quad r_0$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \quad r_1 \uparrow$$

$$0$$

3) DIFFERENZA

Adesso, per fare la differenza, bisogna applicare lo stesso procedimento che abbiamo usato per la somma

$$115 = 0 \ 10101 \ 1100110000$$

$$\text{segno} = 0 = +$$

$$\text{esponente} = 10101_2 = 21_{10}$$

$$52,15625 = 0 \ 10100 \ 1010000101$$

$$\text{segno} = 0 = +$$

$$\text{esponente} = 10100_2 = 20_{10}$$

Abbiamo visto che la differenza tra gli esponenti è di 1 bit:

$$10101$$

$$10100 =$$

00001 \rightarrow di conseguenza bisogna shiftare di 1 bit la mantissa del numero con l'esponente più piccolo

$$1,1010000101 \cdot 2^5 \rightarrow 0,1101000010 \cdot 2^6$$

Adesso facciamo la differenza tra le mantisse, tenendo conto anche del numero prima della virgola. Il numero 52,15625 non ha più (1 in 1,14)

$$\begin{array}{r} 01010110111 \\ \text{X} \text{X} \text{X} 0110000 - \end{array}$$

$$0,1101000010 =$$

$$\hline 0,1111101110$$

↓
non abbiamo overflow (naturalmente), però il numero deve essere normalizzato

$$0,1111101110 \cdot 2^6 = 1,1111011100 \cdot 2^5 \quad \text{bias}=5$$

Adesso ridefiniamo l'esponente

$$k = 2^{5-1} - 1 = 15$$

$$\text{esponente} = \text{bias} + k = 5 + 15 = 20$$

$$20 \mid 2 \quad r_0$$

$$10 \mid 2 \quad r_0$$

$$5 \mid 2 \quad r_1$$

$$2 \mid 2 \quad r_0$$

$$\begin{array}{r} 1 \mid 2 \quad r_1 \\ 0 \end{array}$$

$$20_{10} = 10100_2$$

Il risultato della differenza è

0 10100 1111011100