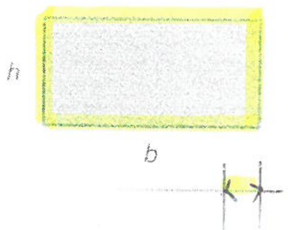
AREA DELLE FIGURE PIANE

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

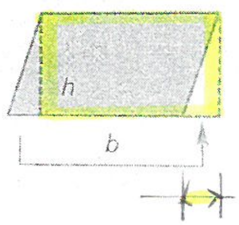
Come si calcola l'area del rettangolo?



L'area del rettangolo si ottiene moltiplicando la misura della base per la misura dell'altezza. (Base e altezza nel rettangolo si chiamano anche *dimensioni*).

Formula diretta	Formule inverse	
$A = b \times h$	$b = \frac{A}{h}$	$h = \frac{A}{b}$

Come si calcola l'area del parallelogrammo?



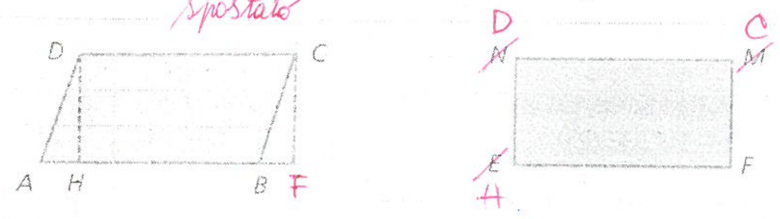
L'area del parallelogrammo si calcola come quella del rettangolo e le formule sono uguali a quelle del rettangolo.

uguale

Ricorda che il parallelogrammo è equivalente a un rettangolo che ha per base la stessa base e per altezza la stessa altezza.

GLI ESERCIZI

1 Osserva le figure e spiega perché il parallelogrammo è equivalente al rettangolo. Quale triangolo è stato traslato spostato per passare dal parallelogrammo al rettangolo?



2 Completa le seguenti tabelle, che si riferiscono a d un insieme di rettangoli 1° e di parallelogrammi 2°.

1° Rettangoli

	base (cm)	altezza (cm)	perimetro (cm)	Area (cm^2)
a	15	12	54	180
b	32	18	100	576
c	40	25	130	1000
d	7,5	$\frac{1}{3}$ base	20	18,75

2° Parallelogrammi

	base (cm)	altezza (cm)	Area (cm^2)
a	16	28	448
b	6,9		58,65
c	13	2 × base	338
d	$\frac{1}{2}$ altezza	4,2	8,82

BASTA CON I QUADERNI AD ANELLI

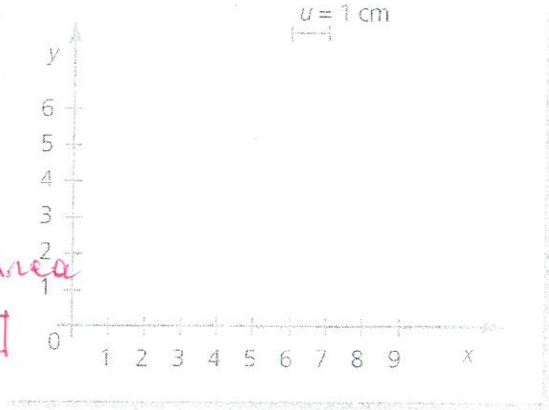
– 7 –

a) 3 Utilizza il piano cartesiano qui sotto e segna i punti $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(5; 5)$, $D(1; 5)$. Unisciti nell'ordine dato in modo da formare un rettangolo. Calcola l'area e il perimetro.

b) • Spostando il vertice D nel punto $D'(3; 5)$ quali saranno le coordinate di C' affinché si ottenga un parallelogramma equivalente al rettangolo? uguale come Area

[12 cm²; 14 cm]

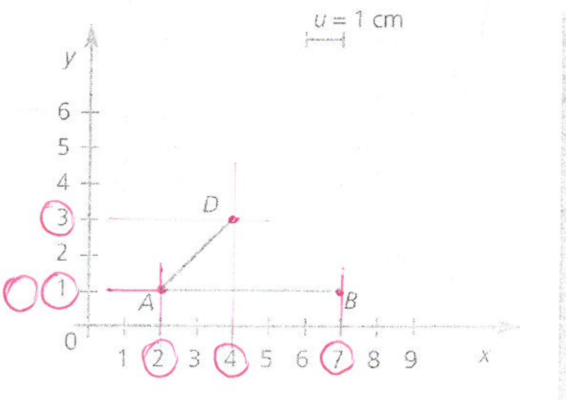
[12 cm² ; 14 cm]



a) 4 Sul piano cartesiano qui a fianco sono stati disegnati due lati consecutivi di un parallelogrammo.
• Disegna gli altri due lati mancanti, scrivi le coordinate dei vertici e calcola l'area.

b) • Trasforma poi il parallelogrammo nel rettangolo a esso equivalente e scrivi le coordinate dei vertici C' e D'.

[10 cm²]



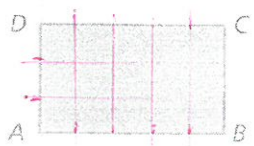
5 Claudia afferma che l'area di un cartoncino rettangolare che ha la base di 24 cm e l'altezza di 150 mm è 360 cm², mentre Stefano asserisce che è 36 cm². Chi dei due ragazzi ha ragione?

~~Claudia~~ ~~Stefano~~ NO!

6 Con riferimento ai dati riportati a fianco di ciascuna figura, calcola le misure richieste.

[240 cm²; 96 cm²]

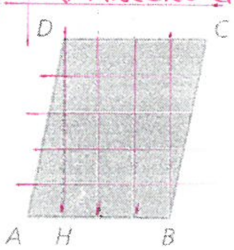
a) RETTANGOLO



$AB = 5/3\ BC$
$2p = 64$ cm
$A = ?$

N.B. 2p = p!

b) PARALLELOGRAMMO

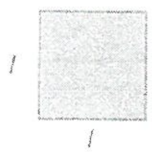


$DH + AB = 20$ cm
$DH - AB = 4$ cm
$A = ?$

— 8 —

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

Come si calcola l'area del quadrato?

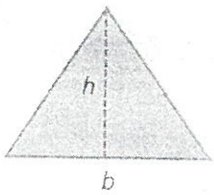


L'area del quadrato si ottiene moltiplicando la misura del lato per se stessa.
Esempio.
Se il lato di un quadrato misura 3 cm, la sua area è:
$A = 3\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 9\text{ cm}^2$.

l l A

Formula diretta	Formula inversa
$A = l^2$	$l = \sqrt{A}$

Come si calcola l'area del triangolo?



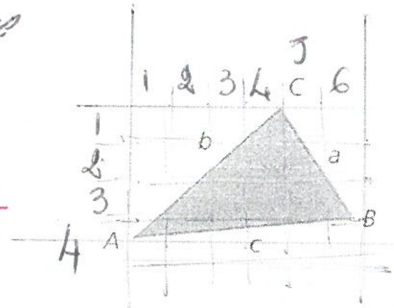
L'area del triangolo si ottiene moltiplicando la misura della base per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto per 2.
Esempio. Se un triangolo ha la base di 3,8 cm e l'altezza di 2,5 cm, la sua area è:

$A = (3{,}8\text{ cm} \times 2{,}5\text{ cm}) : 2 = 4{,}75\text{ cm}^2$

b h A

Formula diretta	Formule inverse	
$A = \dfrac{b \times h}{2}$	$b = \dfrac{2 \times A}{h}$	$h = \dfrac{2 \times A}{b}$

a



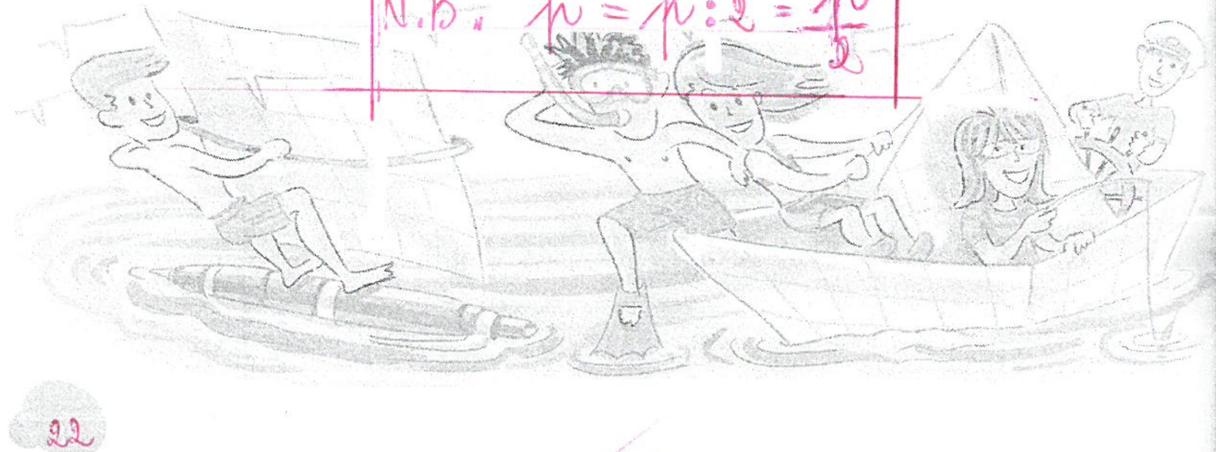
b

La formula di Erone consente di calcolare l'area di un triangolo qualsiasi, note le misure a, b, c dei suoi lati:

$$A = \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)}$$

dove p indica il semiperimetro, cioè $p = \dfrac{a+b+c}{2}$

$\boxed{\text{N.B. } p = p : 2 = \frac{p}{2}}$



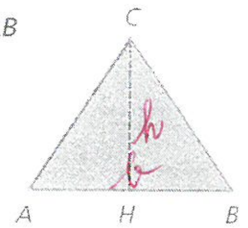
N.B. LA TABELLA SI COMPLETA DOPO AVER SVOLTO L'ESERCIZIO, MICHAELE! Carl

GLI ESERCIZI

1 Completa la tabella a lato che si riferisce a un insieme di quadrati.

	lato (cm)	perimetro (cm)	area (cm^2)
a	16	64	256
b	23	92	529
c	30	120	900
d	2,5	10	6,25
e	5,6	22,4	31,36

2 Completa la tabella a lato che si riferisce a un insieme di triangoli *ABC* di base *AB* e altezza *CH*.



AB (cm) b	CH (cm) h	A (cm^2)	
22	30	330	a
18	4/3 AB	216	b
13	32	208	c
37	40	740	d
AB = 1/3 CH	48	384	e

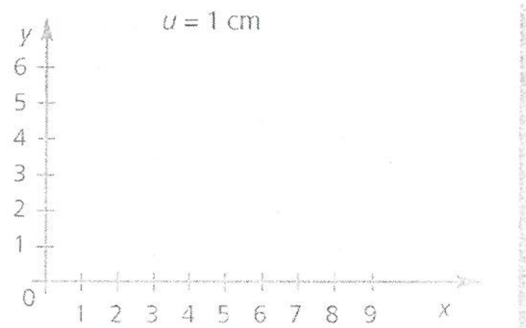
3 a Segna sul piano cartesiano i punti dati, uniscili nell'ordine e calcola l'area del triangolo *ABC*.

A(1; 1), *B*(7; 1), *C*(3; 5)

b Trova poi le coordinate del punto *D*, tale da ottenere un parallelogrammo equivalente al doppio del triangolo

"uguale area"

[12 cm²]



Problemi

stesso perimetro

4 La signora Camilla ha due tagli di stoffa: uno di forma quadrata e l'altro rettangolare. Sapendo che essi sono isoperimetrici e il taglio rettangolare ha l'area di 135 dm^2 e una dimensione di 9 dm, qual è l'area del taglio quadrato? [144 dm^2]

Ricorda!
Due figure si dicono isoperimetriche se hanno lo stesso perimetro.

"RICOPIO IL RISULTATO O VADO A PAG. 23.35?
È UN TEMA D'ITALIANO O UNO SVILUPPO DI CALCOLO CON DISEGNI?"

5 Calcola l'area di un triangolo, sapendo che la base misura 15 cm e l'altezza è i suoi $\frac{2}{5}$.

"CONFERMO IL RISULTATO!"
VEDI PROCEDIMENTO A PAG. 23.36. [45 cm^2]

6 Un triangolo ha i lati di 13 cm, 20 cm e 21 cm. Calcola l'area con la formula di Erone.

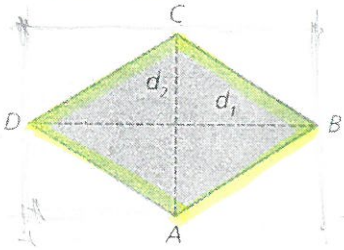
"CONFERMO IL RISULTATO!"
VEDI PROCEDIMENTO A PAG. 23.37. [126 cm^2]

N.B. SOSTITUIRE A QUELLA INVIATA IL 26 AGOSTO 2013

AREA DELLE FIGURE PIANE 3

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

■ Come si ottiene l'area del rombo?



L'area del rombo si ottiene moltiplicando le misure delle diagonali e dividendo il prodotto per 2.
Esempio. Se le diagonali di un rombo misurano 6 cm e 4 cm, la sua area è:
$A = (6\text{ cm} \times 4\text{ cm}) : 2 = 12\text{ cm}^2$

Formula diretta	Formule inverse	
$A = \dfrac{d_1 \times d_2}{2}$	$d_1 = \dfrac{2 \times A}{d_2}$	$d_2 = \dfrac{2 \times A}{d_1}$

Questi disegni non mi piacciono per nulla; MI FANNO VENIRE IL NERVOSO, NON CI TROVO NIENTE DA RIDERE, IO!

GLI ESERCIZI

diagonali

1 Completa la seguente tabella, che si riferisce a un insieme di rombi, dove d_1 e d_2 sono le misure delle due diagonali.

d_1 (cm)	d_2 (cm)	A (cm²)	
27	20	270	a
32	15	240	b
23	12	138	c
34	$\frac{1}{2} d_1$	289	d
$\frac{7}{5} d_2$	30	630	e

"uguale, come area"

2 Un rombo è equivalente a un rettangolo avente il perimetro di 86 cm e la base che supera l'altezza di 17 cm. La diagonale maggiore del rombo misura 39 cm. Quanto misura la diagonale minore?

CONFERMO IL RISULTATO!
VEDI SCHEMI E SVILUPPI DI CALCOLO (PAG. 23, 49)

[20 cm]

A

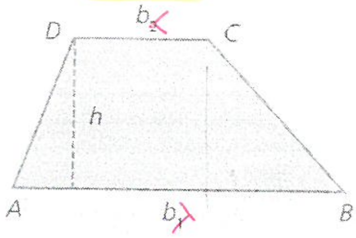
~~25~~?

~~24~~

AREA DELLE FIGURE PIANE 3

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

■ **Come si calcola l'area del trapezio?**

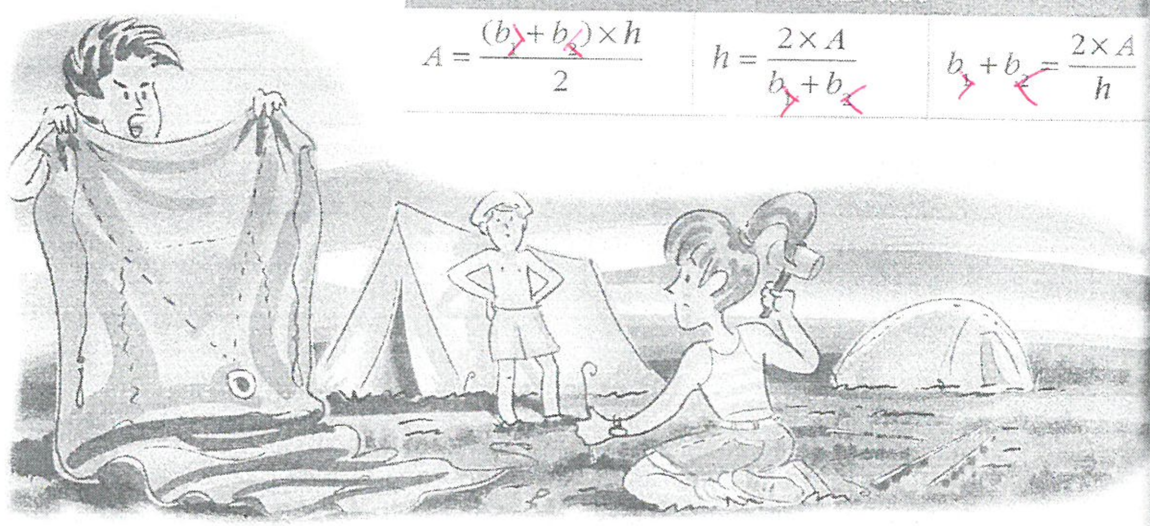


L'area del trapezio si ottiene moltiplicando la somma delle misure delle basi per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto per 2.

Esempio. Se le basi di un trapezio misurano 4 cm e 2 cm, e l'altezza è di 3 cm, l'area è:

$$A = \frac{(4+2)\times 3}{2} = \frac{6\times 3}{2} = 9\ (\text{cm}^2)$$

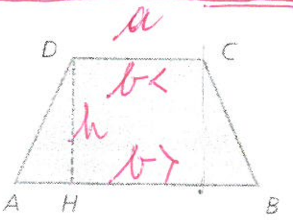
Formula diretta	Formule inverse	
$A = \frac{(b_1+b_2)\times h}{2}$	$h = \frac{2\times A}{b_1+b_2}$	$b_1+b_2 = \frac{2\times A}{h}$



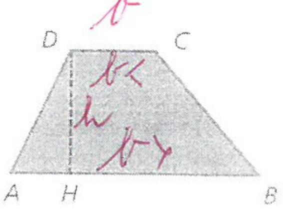
GLI ESERCIZI

CHE MANCA

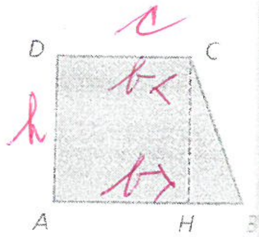
1 Calcola la misura incognita di ciascun trapezio.



a
$AB = 12$ cm
$DC = 9$ cm
$DH = 4$ cm
$A_{ABCD} = ?$
[42 cm²]



b
$A_{ABCD} = 115\ \text{cm}^2$
$AB = 15$ cm
$DC = 8$ cm
$DH = ?$
[10 cm]



c
$A_{ABCD} = 315\ \text{cm}^2$
$AD = 18$ cm
$AB = 21$ cm
$DC = ?$
[14 cm]

SANTA PAZIENZA! Gig

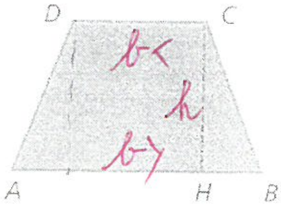
NB. UNITÀ SOTTO UNITÀ
DECINE " DECINE
CENTINAIA " CENTINAIA

SEMBRARE PIÙ GRANDE!

ARCHITETTO = ? ILLUSIONE OTTICA PER FARLA
PIAZZA DI PIENZA

2 Completa la seguente tabella che riguarda un insieme di trapezi *ABCD* di altezza *CH* scrivendo ogni volta la formula diretta o inversa.

	AB (cm) b>	CD (cm) b<	CH (cm) h	A_{ABCD} (cm²)
a	18	12	~~7~~ 7	105
b	42	28	6	210
c	55	15	10	175
d	~~3,4~~ 3,4	~~3~~ 3	~~1,5~~ 1,5	4,8



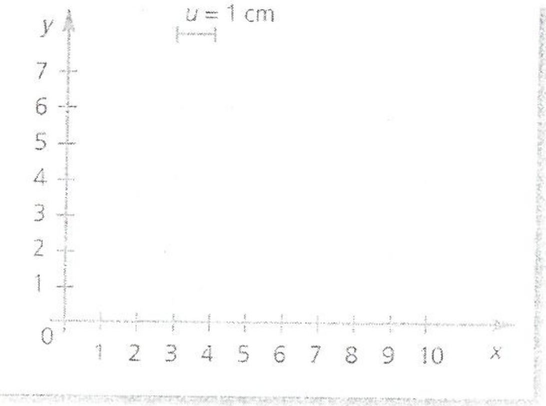
3 Disegna sul piano cartesiano qui a fianco il trapezio isoscele di vertici:

a • $A(3; 2)$, $B(10; 2)$, $C(8; 7)$, $D(5; 7)$

b • Calcola l'area del trapezio e il perimetro di un quadrato a esso equivalente. Sai disegnarlo? Prova e scrivi le coordinate dei suoi vertici.

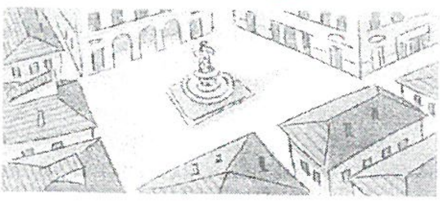
[25 cm²]

VEDI SVILUPPI DI CALCOLO E DISEGNI PAG. 27.62



Problemi

4 Una piazza ha la forma di un trapezio. La base maggiore e la base minore misurano rispettivamente 15 m e 8 m e l'altezza è $\frac{3}{5}$ della base maggiore. Calcola l'area della piazza.



103,5 cm²

VEDI SVILUPPI DI CALCOLO E DISEGNO A PAG. 27.64

5 Un trapezio isoscele è equivalente a un rettangolo che ha il perimetro di 88 cm e la base $\frac{2}{9}$ dell'altezza. Calcola la misura dell'altezza del trapezio sapendo che la differenza delle basi misura 16 cm e una è $\frac{5}{3}$ dell'altra.

9 cm

vedi pag 27.64

6 Un trapezio isoscele è formato da un quadrato centrale e da due triangoli rettangoli isosceli. Calcola l'area del trapezio sapendo che il lato del quadrato misura 15 cm.

450 cm

vedi pag 27.65

LA RADICE QUADRATA

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

- **Che cosa significa trovare la radice quadrata di un numero?**

Significa trovare quel numero che elevato al quadrato, riproduce il numero dato.

$$\sqrt{81} = 9 \quad \text{perché} \quad 9^2 = 81$$

radicando | radice quadrata

- **Quando un numero naturale si dice quadrato perfetto?**

Se, scomposto in fattori primi, tutti gli esponenti dei suoi fattori sono *numeri pari*.

ES.

$\to$ $324 = 2^2 \times 3^4$ sì

$\to$ $24 = 2^3 \times 3$ no

- **Come si calcola la radice quadrata di un numero quadrato perfetto?**

Si scompone il numero in fattori primi e si moltiplicano tra loro i fattori con gli esponenti dimezzati.

$$\sqrt{784} = \sqrt{2^4 \times 7^2} = 2^2 \times 7 = 4 \times 7 = 28$$

GLI ESERCIZI

1 Completa.

a) $\sqrt{361} = 19$ perché .... b) $\sqrt{\dfrac{225}{16}} = \dfrac{15}{4}$ perché .... c) $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$ perché ....

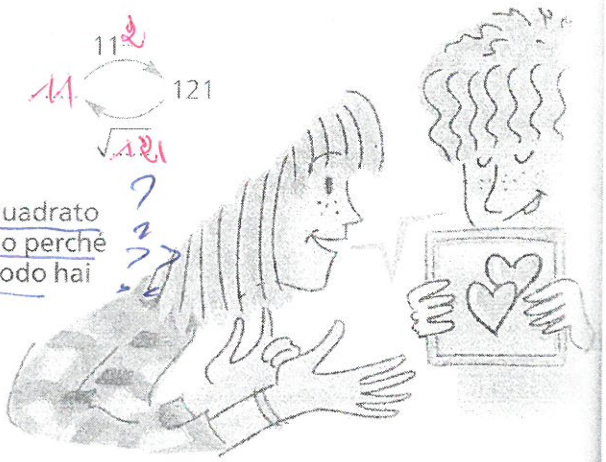
2 Completa i seguenti grafi. ci.

$$\begin{tikzcd} 7 \arrow[r, bend left, "7^2"] & 49 \arrow[l, bend left, "\sqrt{49}"] \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 9 \arrow[r, bend left, "9^2"] & 81 \arrow[l, bend left, "\sqrt{81}"] \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 11 \arrow[r, bend left, "11^2"] & 121 \arrow[l, bend left, "\sqrt{121}"] \end{tikzcd}$$

3 Davide afferma che il numero 625 è un quadrato perfetto, Simona dice che non può esserlo perché è dispari. Chi ha ragione? Con quale metodo hai potuto verificarlo? ??

???

Davide | Simona



4 Dopo aver scomposto i seguenti numeri in fattori primi, stabilisci se sono quadrati perfetti oppure se non lo sono. In caso di risposta affermativa, calcola la radice quadrata di ciascuno di essi ed esegui la prova.

Esempio ~~a~~

$225 = 3^2 \times 5^2 \quad \sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = 3 \times 5 = 15$

prova $15^2 = 225$ sì

~~b~~ a 576

~~c~~ b 78

~~d~~ c 400

~~e~~ d 196

576 = … 78 = … 400 = … 196= …

576		78		400		196	
~~sì~~	no	sì	~~no~~	~~sì~~	no	~~sì~~	no

5 Leggi attentamente la seguente definizione:

a *"Le radici quadrate dei numeri che non sono quadrati perfetti sono numeri irrazionali"*; individua nel seguente insieme di numeri razionali "l'intruso" irrazionale.

b

a

$\sqrt{900}$ $\sqrt{81}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{256}$ $\sqrt{841}$ $\sqrt{445}$ b $\sqrt{121}$ $\sqrt{196}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{144}$

6 **Un indovinello**

Sono un quadrato perfetto e le ultime due cifre sono la mia radice quadrata. Quale numero sono?

$\sqrt{XX00} = 00$

~~15~~

$\sqrt{5^4} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 =$
$= 25 \times 25 =$
$= \sqrt{625} = \sqrt{5^4} =$
$= 5^2 = 25$

$\sqrt{3^6} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$
$= 9 \times 9 \times 9 =$
$= 81 \times 9 =$
$= \sqrt{729} = \sqrt{3^6} = 3^3 = 27$

4 Calcola la radice quadrata di ciascuna potenza.

a $\sqrt{5^4} = 5.00$ $\sqrt{3^6} = 8.10$ $\sqrt{2^{10}} = 1.184$

b $\sqrt{3^8} = 32.40$ $\sqrt{2^{12}} = 8.250$ $\sqrt{6^4} = 1.896$

5 Prima esegui i calcoli indicati e poi rispondi alle domande, barrando la casella corretta. a e b

a $\sqrt{25+36} = \sqrt{61} = 7,81$ mentre $\sqrt{25} + \sqrt{36} = 5 + 6 = 11$

b $\sqrt{81-49} = \sqrt{32} =$ .... mentre $\sqrt{81} - \sqrt{49} = 9 - 7 = 2$

a La radice quadrata di una somma è uguale o diversa dalla somma delle radici quadrate degli addendi?

uguale | ~~diversa~~

b La radice quadrata di una differenza è uguale o diversa dalla differenza delle radici quadrate del minuendo e del sottraendo?

uguale | ~~diversa~~

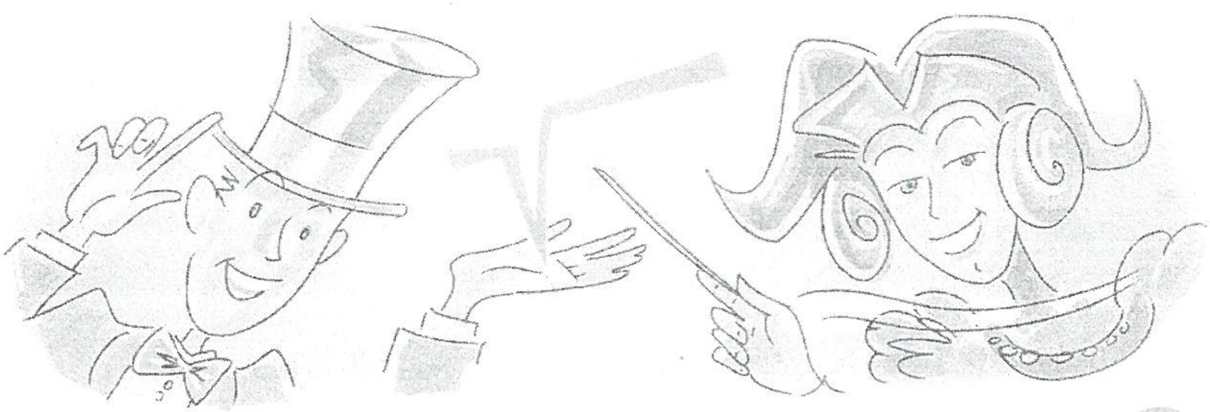
6 Calcola sul quaderno il valore della seguente espressione.

$$\sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} : \left(2 + \frac{1}{4}\right) + \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{7}{6}}$$

[2/3]

7 Un quadrato magico con le radici quadrate.
Qual è la costante magica?

$\sqrt{24^2}$		
	$\sqrt{100} + \sqrt{400}$	
$\sqrt{49 \times 16}$		$\sqrt{1296}$

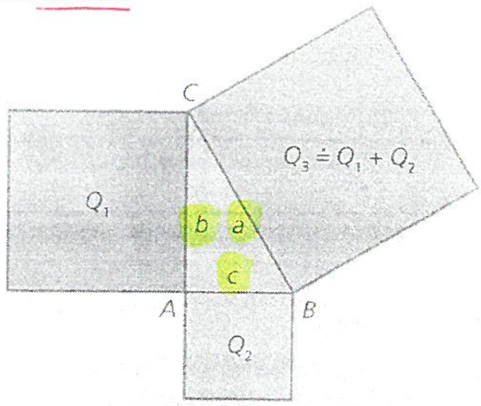


IL TEOREMA DI PITAGORA

UN BREVE RIPASSO: DOMANDE E RISPOSTE

Come si enuncia il teorema di Pitagora?

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.



Quali sono le relazioni tra le misure dei lati di un triangolo rettangolo?

Indicando con a, b, c rispettivamente le misure dell'ipotenusa e dei cateti di un triangolo rettangolo, si hanno le seguenti relazioni:

$a^2 = b^2 + c^2 \qquad b^2 = a^2 - c^2 \qquad c^2 = a^2 - b^2$ (a

N.B. NO A MEMORIA!
ISOLA L'INCOGNITA!!

che consentono di calcolare la misura di un lato conoscendo quelle degli altri due:

$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$ (b

Quando una terna di numeri naturali si dice pitagorica?

Quando il quadrato del numero maggiore è uguale alla somma dei quadrati degli altri due.

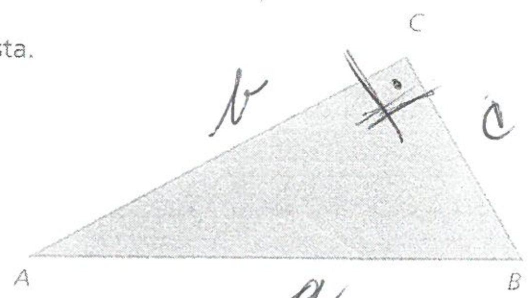
3, 4, 5 è una terna pitagorica perché:

$5^2 = 3^2 + 4^2$ ossia $25 = 9 + 16$

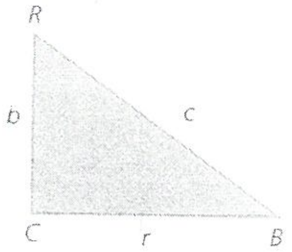
GLI ESERCIZI

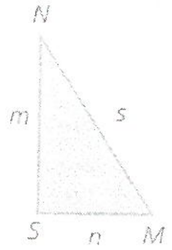
1 Che tipo di triangolo è ABC? Motiva la risposta.

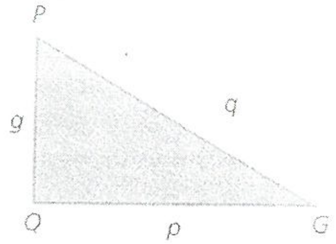
a ⇐ $AB = 26$ cm
c ⇐ $BC = 10$ cm
b ⇐ $AC = 24$ cm



2. Per ciascun triangolo rettangolo scrivi le tre relazioni pitagoriche che riguardano i cateti e l'ipotenusa, con riferimento alle lettere usate per indicarne le misure.

a 

b 

c 

3. Completa la tabella che si riferisce a un insieme di triangoli rettangoli.

	cateto (cm)	cateto (cm)	ipotenusa (cm)	perimetro (cm)	area (cm²)
a	14	48	50	112	336
b	12,6	16,8	20,84	50,24	104,38
c	16	30	34	80	240
d	15				270

* PAUSA!

4. Quali tra le seguenti terne di numeri sono terne pitagoriche?

a	8	15	17	sì	no
b	20	48	52	sì	no
c	12	16	25	sì	no

d

Un po' di storia

- Il matematico Archita di Taranto vissuto nel IV secolo a.C. scoprì che si possono formare terne pitagoriche partendo da un qualsiasi numero naturale pari maggiore di 2.

  a = numero pari $\quad b = \frac{a^2 - 4}{4} \quad c = \frac{a^2 + 4}{4}$

- Diofanto (II sec. d. C.), uno dei più grandi matematici dell'antichità, scoprì che si possono formare terne pitagoriche partendo da due numeri naturali m ed n di cui il primo maggiore del secondo, utilizzando le seguenti formule:

  $a = 2mn \quad b = m^2 - n^2 \quad c = m^2 + n^2$

Prova anche tu a formare terne pitagoriche con dei numeri a tuo piacere.

a
b
c

Problemi

p.? IL BORDO "C— — —O"

5. Nonna Valeria vuole ornare con un merletto il suo scialle a forma di triangolo rettangolo con i cateti di 54 cm e 72 cm. Quanto spenderà se il merletto costa € 15 al metro?

[€ 32,40]

6. In un triangolo rettangolo:
- la misura della somma dei cateti è 140 dm;
- un cateto è $\frac{3}{4}$ dell'altro.

Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[240 dm; 24 m²]

a ?
p ?
A ? (dm²!!!...)

A = PERCHÉ IN m²?