Insiemi

- due insiemi A e B sono uguali quando contengono gli stessi elementi
- l'insieme vuoto è un insieme privo di elementi (U)
- l'insieme ambiente o universo contiene la totalità dei possibili elementi

a) Corrispondenza univoca - tra due insiemi A e B, a ogni elemento a di A corrisponde uno e un solo elemento b di B.
b) Corrispondenza biunivoca - a ogni elemento di un insieme corrisponde uno e un solo elemento dell'altro insieme e viceversa
c) Operazioni:

- Intersezione - l'insieme degli elementi appartenenti contemporaneamente ad A e B

$$A \cap B = (x I\ x \in A \text{ e } x \in B)$$

A= (0,3,8) B=(0,3,6,88,99) $A \cap B$=(0,3)

- Unione - l'insieme degli elementi appartenenti ad A oppure a B

$$A\ U\ B = (x I\ x \in A \text{ oppure } x \in B)$$

A= (0,3,8) B= (0,3,22,66) A U B = (0,3,8,22,66)

Numeri naturali

N = (1,2,3,...,n,..)
parentesi, potenze e radici, moltiplicazioni e divisioni, addizioni e sottrazioni

a) Numeri primi - maggiori di 1 che si dividono solo per sé stessi e l'unità = 2,3,5,7,11..
b) Massimo Comune Divisore (MCD) - è il maggiore fra gli interi che dividono tutti i numeri dati = prodotto dei fattori primi comuni con il minimo esponente

MCD (24,144,60) = 2 (alla seconda) * 3 = 4*3 =12

c) mcm - il minore fra gli interi multipli di tutti i dati = fattori comuni e non comuni con il massimo esponente

mcm (24,144,60) = 2 (alla quarta) * 3 (alla seconda) * 5 = 720

Numeri interi relativi

- valore assoluto di un numero relativo : IaI è una quantità positiva o nulla
- due numeri relativi aventi lo stesso valore assoluto e segni contrari sono opposti, stesso segno - concordi, segno diverso - discordi, stesso segno e valore - uguali

a) Operazioni
   - Addizione: $(-2) + (-3) = -5$ $(-4) + (+2) = -2$
   - Sottrazione: $(-3) - (-4) = 1$
   - Moltiplicazione e divisione: $(-2) * (-3) = 6$ $6/(-2) = -3$

Numeri razionali

- tutte le possibili frazioni (rapporti fra numeri interi relativi)
- moltiplicando o dividendo i due termini di una frazione per uno stesso numero diverso da zero si ottiene una frazione equivalente a quella data

$$1/2 = 1/2 *1 = 1/2 *3/3 = 3/6 = 1/2$$

a) Confrontare numeri decimali con frazioni
   - trasformarli in frazioni o forma decimale

     $x= 0,8 = 8/10$ $y= 0,63 = 63/10$ $z= 13/20$ $w= 7/25$
   - si riducono tutte le frazioni allo stesso denominatore 100

     $x = 80/100$ $y= 63/100$ $z= 65/100$ $w= 28/100$
   - confrontare i numeratori - w,y,z,x (in ordine crescente)

Percentuali

15% di 50 = 0,15 * 50 = 7,5   25% = 25 /100   0,67 = 0,67 * 100% = 67%

- sconto = costo * tasso di sconto

  costo = 12.000$ tasso di sconto = 15% sconto = 12.000 * 15/100 = 1800 $

- interesse = capitale * tempo * tasso di interesse

  capitale = 5000 $ tempo = 6 mesi tasso di interesse = 6%

  interesse = 5000 * 6/12 * 6/100 = 150 $

- variazione percentuale = nuovo ammontare - (ammontare originale / ammontare originale) * 100 %

  variazione percentuale = (360 - 300 / 300) * 100 % = 20% (incremento)

  variazione percentuale = (24 - 30 /30) * 100 % = - 20% (decremento)

Potenze

- se la base è positiva il valore della potenza è sempre positivo
- se la base è negativa, il valore della potenza è positivo se l'esponente e pari ((-2) alla 4 = 16), negativo se l'esponente è dispari (-3) alla terza = -27
- valore della potenza nullo = base della potenza nulla

Proprietà delle potenze	
Prodotto di potenze con la stessa base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Quoziente di potenze con la stessa base	$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}\ (n > m)$
Prodotto di potenze con lo stesso esponente	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
Quoziente di potenze con lo stesso esponente	$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n\ (b \neq 0)$
Potenza di potenza	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Potenze particolari	
Base uguale a 1	$1^n = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
Base uguale a 0	$0^n = 0 \quad \forall n \neq 0, n \in \mathbb{N}$
Esponente uguale a 1	$a^1 = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$
Esponente uguale a 0	$a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0, a \in \mathbb{R}$
Potenza pari di numeri relativi	$(-a)^{2n} = +a^{2n}$ $(+a)^{2n} = +a^{2n} \quad (a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N})$
Potenza dispari di numeri relativi	$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ $(+a)^{2n+1} = +a^{2n+1} \quad (a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N})$
Potenza di numeri razionali	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Potenza con esponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{+n}$

Monomi

- espressione senza addizioni o sottrazioni
  a) Grado complesso - somma degli esponenti delle lettere del monomio
  b) Grado relativo a una lettere - l'esponente con cui compare la lettere
  c) Dati 2 o più monomi, la loro somma è un monomio solo se i monomi sono uguali tra di loro
  d) Un monomio si dice divisibile per un altro monomio se esiste un terzo monomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il primo

Polimoni

- somma di più monomi non tutti simili fra loro

- il grado di un polinomio è il massimo fra i gradi dei suoi termini
- polinomio omogeneo : costituito da termini aventi lo stesso grado

a) Prodotti notevoli

$(a + b) \cdot (a - b) = a2 - b2$
$(a + b + c)3 = a3 + b3 + c3 +3a2b + 3ab2 + 3a2c + 3ac2 + 3b2c +3bc2 + 6abc$

$(a + b)2 = a2 + 2ab + b2$ $(a - b)2 = a2 - 2ab + b2$
$(a + b)3 = a3 + 3a2b + 3ab2 + b3$ $(a - b)3 = a3 - 3a2b + 3ab2 - b3$

$(a + b + c)2 = a2 + b2 + c2 + 2ab + 2ac + 2bc$
$(a + b + c)2 = a2 + b2 + c2 + 2ab + 2ac + 2bc$
$a3 + b3 = (a + b) \cdot (a2 - ab +b2)$ $a3 - b3 = (a - b) \cdot (a2 + ab +b2)$

Numeri razionali, irrazionali, reali e radicali

a) Irrazionali - non esprimibili sotto forma di frazione (quindi decimali) illimitati non periodici

Il **radicale algebrico** $\sqrt[n]{a}$ (con $a \in$ R) è ogni valore reale la cui potenza n-esima è pari ad a.

Con $a > 0$ e n pari	il radicale algebrico assume due valori reali opposti	esempio:	$\sqrt{9} = \pm 3$
Con $a > 0$ e n dispari	un valore positivo	esempio:	$\sqrt[3]{8} = 2$
Con $a < 0$ e n pari	nessun valore reale	esempio:	$\sqrt{-4}$ non esiste
Con $a < 0$ e n dispari	un valore negativo	esempio:	$\sqrt[3]{-27} = -3$

radicale algebrico - numero reale non negativo la cui potenza è uguale ad a

$\sqrt{4} = 2$ infatti $2^2 = 4$

Equazioni

a) Impossibile: non ci sono soluzioni $x^2= - 4$
b) Indeterminata: ha infinite soluzioni $(x + 1)^2 + x = x^2 + 3x + 1$
c) Determinata: ha un numero finito di soluzioni $x^2= 16 = +4$ e -4
d) Intera: l'incognita non compare nel denominatore $x/2 - 5= 3$
e) Frazionaria: l'incognita appare nel denominatore $1/x^2 + x=1$
f) Irrazionale: l'incognita compare nell'argomento di un radicale
$x + \sqrt{3x + 1} = 3$
    - non è irrazionale $\sqrt{5}x+4x-\sqrt{7}=0$

Teorema fondamentale dell'algebra - un'equazione determinata di grado n ammette al massimo n soluzioni nell'insieme dei numeri reali, alcuni delle quali potrebbero coincidere.

a) Il grado di un’equazione a una sola incognita è il massimo esponente con cui l’incognita compare nell'equazione ridotta in forma normale
   - primo grado $2x+1=0$
   - secondo grado $2x+x^2=1$

$$x+1 / x - 3x= 0$$

ridurre in forma normale; moltiplico i membri per x:

$$-3x^2+x+1=0 \text{ è di secondo grado}$$

b) condizioni di esistenza

$x-2/ (x-3)(x+5)=0$ C.E. $x\neq3$ $x\neq-5$

soluzione: $x-2=0$ $x=2$ esiste perché le condizioni di esistenza sono rispettate

c) equazioni di primo grado : $ax+b=0$
   - $a\neq0$ $x=-b/a$
   - $a=0$ $b\neq0$ impossibile
   - $a=0$ $b=0$ indeterminata

d) equazioni incomplete di secondo grado
   - $c=0$ (spuria) $ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x1=0$ $x2= b/a$
   - $b=0$ (pura) $ax^2+c=0$ $x^2=-c/a$ $x1,2= +-\sqrt{-c/a}$
   - $b=0$ e $c=0$ (monomia) $ax^2=0$ $x1,2= 0$ (sol. doppia)

e) equazioni complete di secondo grado - nessuno dei 3 elementi si annulla

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x1= (-b+\sqrt{b^2-4ac}) /2a \qquad x2= (-b-\sqrt{b^2-4ac}) /2a$$

la discriminante influenza la realtà delle radici
   - se è > 0= radici reali distinte $2x^2-6x+1=0$ $d=+-2\sqrt{7}$
   - se è = 0 : radici reali e coincidenti $2x^2-8x+8=0$ $d=0$
   - se è < 0= non esistono radici reali $3x^2-5x+4=0$ $d=\sqrt{-23}$

esempi

$x^4-5x^2-36=0$ pongo $m=x^2$ $m^2-5m-36=0$

$D= 25+4*36=169=13$ $m1=(5+13)/2=9$ $m2=(5-13)/2=-4$

cerco le soluzioni: $m=x^2$ $m1=9$ e $m2$

$m1=x^2$ $9=x^2$ $x=3$ e $x=-3$ sono soluzioni

$m2=x^2$ $-4=x^2$ nessuna radice; non è soluzione

$x^4-5x^2-36=0$ SOLUZIONE: $x=3$ e $x=-3$

|a1x+b1y=c1 a1/a2=b1/b2=c1/c2

|a2x+b2y=c2

Disequazioni

Una disuguaglianza tra due espressioni algebriche letterali verificata solo per alcuni valori numerici assegnati alle lettere.

a) rappresentazione grafica

$x > -1 \Rightarrow x \in (-\infty;a)$ $x < a \Rightarrow x \in (-1;+\infty)$
$x \le +2 \Rightarrow x \in [b;+\infty)$ $x \ge b \Rightarrow x \in (-\infty;2]$
$-2<x \le 1 \Rightarrow x\in (c;d]$ c escluso e d compreso $c<x\le d \Rightarrow x\in (-2;1]$

b) disequazioni intere di primo grado: $ax+b>0$ oppure $ax+b<0$

$ax>-b \Rightarrow |a> -b/a$ se $a>0$ oppure $ax<-b \Rightarrow |x<-b/a$ se $a>0$
$|a<-b/a$ se $a<0$ $|x>-b/a$ se $a<0$

esempio

$|2x+1>0 \Rightarrow 2x>-1 \Rightarrow x>-1/2$
$|3-4x<0 \Rightarrow -4x<-3 \Rightarrow x>3/4$

c) disequaz. frazionarie di primo grado: l'incognita compare al denominatore

$2/x-1\ge -1 \Rightarrow (2/x-1)+1\ge 0 \Rightarrow 2+x-1/x-1\ge 0 \Rightarrow x+1/x-1\ge 0$
$N\ge 0 \Rightarrow x+1\ge 0 \Rightarrow x\ge -1$ il valore $x=-1$ deve essere incluso mentre $x=1$ escluso
$D>0 \Rightarrow x-1 \Rightarrow x>1$ soluzione $(-\infty;1]$ e $(1;\infty)$

d) disequazioni intere di secondo grado

$x^2-x+1<0$ non ammette soluzioni
$-x^2+5x-6\le 0$ radici: $x1=2$ $x2=3$ soluzioni: $x\le x1$ e $x\ge x2$
$x^2-3x+2<0$ radici: $x1=1$ $x2=2$ soluzioni: $x1<x<x2$

e) disequaz. frazionarie di secondo grado

- se $a(x)/b(x)>0$ la soluzione e data dall'unione di $|a(x)>0$, $|b(x)>0$ e $|a(x)<0$, $|b(x)<0$

- se $a(x)/b(x)<0$ la soluzione e data dall'unione di $|a(x)>0$, $|b(x))<0$ e $|a(x)<0$, $|b(x)>0$

Logaritmi ed esponenziali

Geometria analitica

a) distanza tra due punti

AB= | $|y2-y1|$ se $x1=x1$
| $|x2-x1|$ se $y1=y1$
| $\sqrt{}(x2-x1)^2+(y2-y1)^2$ in generale

Punto medio: M= $(x1+x2/2); (y1+y2/2)$

b) casi particolare:
- $a=0 \Rightarrow by+c=0 \Rightarrow y=-c/b$ $y=k$ (k = costante) $\Rightarrow$ l'asse x ha equazione $y=0$
- $b=0 \Rightarrow ax+c=0 \Rightarrow x=-c/a$ $x=h$ (h = costante) $\Rightarrow$ l'asse y ha equazione $x=0$
- $c=0 \Rightarrow ax+by=0 \Rightarrow$ 1 e 3 quadrante ha equaz. $y=x$; il 2 e 4 quadrante $y=-x$

c) $b\neq0 \Rightarrow ax+by+c=0$ equaz. generale $\Rightarrow by=-ax-c \Rightarrow y=-ax/b - c/b$
- coefficiente angolare : $-a/b=m$
- termine noto : $-c/b=q$
- equazione in forma esplicita o canonica: $y=mx+q$

d) rette parallele e perpendicolari
    - parallelismo : $m1=m2$
    - perpendicolarità: $m1*m2=-1$ oppure $m1=-1/m2$

e) rette passanti per 1 o 2 punti: $P=(x0;y0)$ $y-y0=m(x-x0)$
ese.: $P(1;2)$ hanno equaz. $y-2=m(x-1)$ $y-y1/y2-y1=x-x1/x2-x1$

f) equazione segmentaria: $x/p + y/q=1$

g) distanza di un punto da una retta $d=|ax0+by0+c|/\sqrt{}a^2+b^2$

1. Equazione generale di una conica $F(x;y)=Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$
- A,B,C,D,E,F : coefficienti

a) circonferenza:
    - equazione normale: $x^2+y^2+ax+by+c=0$
    - equazione generale: $kx^2+ky^2+kax+kby+kc=0$ k=constante
    - coordinate del centro C=(alfa;beta) e il raggio r

a=-2alfa alfa=-a/2 c=alfa^2+beta^2-r^2 r=√alfa^1+beta^2-c

a.1) posizioni reciproche tre rette e circonferenze
    - esterna: $d>r$
    - tangente: $d=r$
    - secante: $d<r$

b) elisse: $PF1+PF2=2a$
F1 e F2 - i due fuochi

2a - somma (costante) delle distanze di un punto P dagli stessi due fuochi

- $F1=(-c;0)$ $F2=(c;0)$
- equazione canonica o normale: $x^2/a^2 + y^2/b^2=1$
- a= semiasse maggiore b=semiasse minore c=semidistanza focale

legame tra a,b,c: $c^2=a^2-b^2$

- eccentricità: $e=c/a$

La circonferenza è un'ellisse con eccentricità nulla

c) parabola: $y=ax^2+bx+c$

- se a è positivo la parabola è rivolta verso l'alto
- se a è negativo la parabola è rivolta verso il basso

$D=b^2-4ac$ $F=(-b/2a;-D/4a + 1/4a)$ $y=-D/4a-1/4a$

x(asse di simmetria)= $-b/2a$ V(vertice)=$(-b/2a;-D/4a)$

d) iperbole: $|PF1-PF2|=2a$

- $F1=(-c;0)$ $F2=(c;0)$
- equazione cronica o normale: $x^2/a^2-y^2/b^2=1$
- $c^2=a^2+b^2$
- $e= c/a$

e) iper. equilatera: asintoti perpendicolari tra loro $y=-(b/a)x$ $y=(b/a)x$

- equazione canonica: $x^2/a^2-y^2/a^2=1$ $x^2-y^2=a^2$
- equazione degli asintoti: $y=-x$ e $y=x$

Riconoscimento di una conica

- se $D<0$= elisse, in particolare una circonferenza se A=C e B=0
- se D=0: parabola
- se $D>0$= iperbole, iperbole equilatera solo se A+C=0

2. Proporzionalità diretta e inversa fra grandezze

- $y/x=k$ $y=kx$
- $x*y=k$ $y=k/x$

Funzioni

a) campo di esistenza

- razionali intere: esistono per ogni valore reale di x
- razionali frazionali: il denominatore deve essere diverso da 0
- irrazionali: se l'indice della radice è pari, il radicando deve essere positivo
- trascendenti: esponenziali (per ogni valore di x), logaritmiche (l'argomento deve essere positivo), trigonometriche (sin e cos per ogni valore di x, tg per x diverso da $\pi/2+k\pi$)

b) definizioni
- suriettiva: ogni elemento y è immagine di almeno un elemento di x

f(X)= Y   X=(1,2,3) Y=(1,2,4,6)   y=2x segue che f(X)=(2,4,6) non è suriettiva
- iniettiva: a elementi distinti di X corrispondono elementi distinti di Y

se x1 ≠ x2   allora   f(x1)≠f(x2)
un elemento f(X) potrebbe essere l'immagine di più di un elemento di X
X=(-1,1,2) Y=(1,2) y=|x| allora f(X)=(1,2) e l'elemento y=1 è immagine di due elementi distinti di X (x=1 e x=-1), la funzione non è iniettiva
- una funzione di X in Y che è sia iniettiva che suriettiva viene detta biunivoca

la biunivoca è anche invertibile, cioè posso scambiare i posti delle variabili

- funzione crescente: f(x1)<f(x2)
- funzione decrescente: f(x1)>f(x2)
- funzione pari: f(x)=f(-x)
- funzione dispari: f(-x)=-f(x)
- massimo assoluto x0: f(x)≤f(x0)
- minimo assoluto x0: f(x)≥f(x0)

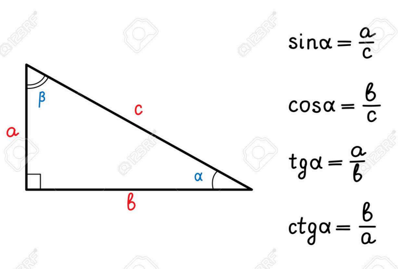
c) intersezioni
- tra curve: date le due curve y=f(x) e y=g(x) bisogna fare un sistema
- con gli assi: x ha equazione y=0 e y ha equazione x=0
  y=f(x) con l'asse x — y=f(x) e y=0 sottosistema

Per studiare il segno di una funzione è sufficiente ricercare i valori della x in corrispondenza dei quali la funzione risulta nulla o positiva: in tutti gli altri punti del C.E. la funzione sarà negativa

Curva esponenziale: y=a^x (con a>0 e a diverso da 1) passare per (1;0)
- decrescente se 0<a<1, crescente se a>1

Curva logaritmica: y=log a di x(con a>0, a diverso da 1 e x>0) passa per (1;0),(a;1)
- decrescente se 0<a<1, crescente se a>1

Trigonometria



- disequazioni:
1 quadrante 0≤α<π/2
2 quadrante π/2≤α<π
3 quadrante
π≤α<3/2π
4 quadrante 3/2≤α<2π

$\sin(2\pi-\alpha) = -\sin(\alpha)$ $\cos(2\pi-\alpha) = \cos(\alpha)$ $\tan(2\pi-\alpha) = -\tan(\alpha)$ $\cot(2\pi-\alpha) = -\cot(\alpha)$	$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$ $\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$ $\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cot\alpha$ $\cot(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \tan\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ $\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$ $\cot(-\alpha) = -\cot(\alpha)$	$\sin(\pi-\alpha) = \sin(\alpha)$ $\cos(\pi-\alpha) = -\cos(\alpha)$ $\tan(\pi-\alpha) = -\tan(\alpha)$ $\cot(\pi-\alpha) = -\cot(\alpha)$

$$\boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}\qquad \sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}\qquad \cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}\qquad \sin\alpha=\pm\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

α	α	sinα	cosα	tanα	cotα
0°	0	0	1	0	∞
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞	0

Formule di addizione

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$$
$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$
$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

Formule di duplicazione

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1\\ 1-2\sin^2\alpha\end{cases}$$
$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

Formule parametriche

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha&=\frac{2t}{1+t^2}\\ \cos\alpha&=\frac{1-t^2}{1+t^2}\\ \tan\alpha&=\frac{2t}{1-t^2}\end{aligned}\right\}\quad\left(t=\tan\frac{\alpha}{2}\right)$$

Formule di prostaferesi

$$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\sin p-\sin q=2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$$
$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\cos p-\cos q=-2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

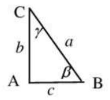
Formule di bisezione

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$
$$\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$
$$\tan\frac{\alpha}{2}=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\\ \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}\\ \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\end{cases}$$

Formule di triplicazione

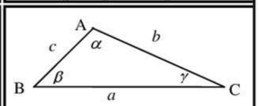
$$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$
$$\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

Triangoli rettangoli



$$b=a\sin\beta=a\cos\gamma=c\tan\beta$$
$$a=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{b}{\cos\gamma};\ \tan\beta=\frac{b}{c}$$
$$c=a\sin\gamma=a\cos\beta=b\tan\gamma$$
$$a=\frac{c}{\sin\gamma}=\frac{c}{\cos\beta};\ \tan\gamma=\frac{c}{b}$$

Triangoli qualunque



$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$
$$Area(ABC)=\frac{1}{2}bc\sin\alpha=\frac{1}{2}ac\sin\beta=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

Probabilità, statistica e calcolo combinato

a) calcolo delle probabilità: P(E)= numero casi favorevoli/num casi sfavorevoli

P(E)= probabilità di un evento E; è un numero compreso tra 0 e 1

- eventi incompatibili: non possono avvenire contemporaneamente $E\cap F=\emptyset$ (in caso contrario sono compatibili)
  P(E UF)=P(E)+P(F)
- eventi indipendenti: se verificando E non cambia la probabilità che si verifichi F (in caso contrario sono dipendenti)
  $P(E\cap F)=P(E)*P(F)$
- evento impossibile: P(E)=0
- evento certo: P(E)=1
- evento opposto: P(E)=1-P(E)

b) coeficiente binomiale: $\binom{n}{k} = C(n;k) = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}, \qquad n, k \in \mathbb{N},\ 0 \le k \le n,$
n: elementi; k: classe
esempio: $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (2 \cdot 1)} = \frac{120}{12} = 10$

c) statistica:
   - la moda rappresenta la massima frequenza
   - la mediana è l'osservazione che occupa la posizione centrale della successione: N dispari= coincide con l'elemento che occupa la posizione (N+1)/2; N pari= è la semisomma dei due elementi che occupano le posizioni N/2 e (N/2)+1

d) calcolo combinatorio
- disposizioni semplici : D n,k= n*(n-1)*(n-2)*(...) *(n-k+1)=n!/(n-k)!
- disposizioni con ripetizione: D(n,k); dove k≤n
- permutazioni semplici: Pn= Dn,n= n*(n-1)*(n-2)*(...)*1=n!
- permutazioni con ripetizione: P n,k= n!/k!
- combinazioni semplici: C n,k=n!/(n-k)!*k!
- combinazioni con ripetizione: Cn,k=(n+k-1)!/(n-1)!*k!

Geometria elementare